

嘉義市第 37 屆中小學科學展覽會

作品說明書

附件：
說明書封面

科 別：物理

組 別：國小組

作品名稱：硬幣迷航記----硬幣投擲遊戲的探討

關 鍵 詞：硬幣投擲、入水角度（最多三個）

編 號：

製作說明：

- 1.說明書封面僅寫科別、組別、作品名稱及關鍵詞。
- 2.編號由承辦單位統一編列。
- 3.封面編排由參展作者自行設計。

硬幣迷航記----硬幣投擲遊戲的探討

目 次

摘要	2
壹、研究動機	2
貳、研究目的	2
參、實驗器材	2
肆、研究步驟	2
一、介質比較	2
二、鉛直與水平的差異	3
三、釋放角度的探討	5
四、水平落下的高度探討	6
五、滑軌的校正鉛直	7
六、長方形鋼管的校正鉛直	8
七、按壓硬幣位置的探討	8
八、大面積的按壓的探討	9
九、水深差異的探討	10
十、長方形鋼柱的穩定性	11
十一、 角度固定器	11
十二、 多個硬幣水平釋放	15
十三、 多個硬幣鉛直釋放	16
十四、 練習的效益	19
十五、 不同硬幣水平釋放比較	19
十六、 較厚的硬幣	20
伍、研究結果與討論	22
陸、結論	23

摘要

在魚缸上方欲將硬幣投入水中的培養皿，會受到水的深度、硬幣投入的角度、一次投入幾個硬幣、培養皿的大小、以及手部的穩定性而影響成功率。水愈深，硬幣愈不容易投入。培養皿愈小，愈難投進。在角度上，在水平時，硬幣比較不會受到角度的影響；但在鉛直時一點偏斜就會造成很大的影響。如果沒有限制一次投入的硬幣數量，多個硬幣一起水平投入的效果最好。多次的練習，可以提到硬幣釋放時的穩定性，增加硬幣投入的機率。市面上的硬幣，則以 10、20、50 元硬幣，投入的機率較佳。

壹、研究動機

在網路上看到韓國綜藝節目中，要求來賓在裝滿水的魚缸上方，將 7 枚硬幣投入缸底的培養皿中，看看誰投進的硬幣最多就獲勝；在過程中，來賓試著用各種不同的方式，結果投進的數目卻少得可憐，怎麼會這樣？我們覺得應該沒有這麼難啊！因此我們想要了解為什麼硬幣不容易投進裝滿水的魚缸，並且找到較佳的投擲方式。

貳、研究目的

- 一、探討不同角度，對投進機率的影響。
- 二、探討不同深度，對投進機率影響。
- 三、尋找可靠的工具，提高投進機率。
- 四、尋找最佳的徒手投擲方式。
- 五、比較不同硬幣的投進機率。

參、實驗器材

魚缸、培養皿、游標卡尺、電子秤、冰棒棍、滑軌、長方形空心鋼柱、木頭支架、膠帶、夾子、PVC 硬質水管、相機、熱熔槍、玻璃片、投影片、5 角、1 元、5 元、10 元、20 元、50 元硬幣。

肆、研究步驟

一、介質比較

感覺上，直接在培養皿上方投擲硬幣，只要瞄得夠準，應該就會落在培養皿中，但影片的過程卻不是這樣，我們發現投擲的硬幣會漂！是空氣與水阻力的差異造成的嗎？因此我們就利用魚缸約三分之二處作為落下高度，直接在培養皿上方將硬幣落下。

我們將魚缸 17cm 處用膠帶標記，透過架設在標記處的木板將硬幣落下(圖 1)；之後再注水 17cm，直接在水面上方將硬幣落下(圖 2)，再來看看硬幣在水中與在空氣中落下的結果有什麼差異？本次實驗使用 10 圓硬幣，一回水平落下一枚，每次實驗 20 枚，共實驗 5 次。

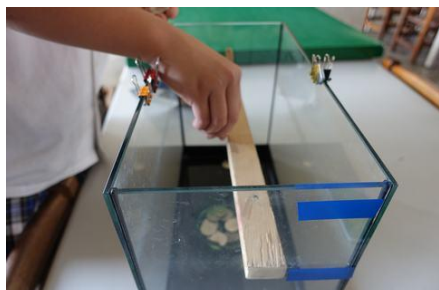


圖 1：空氣介質釋放硬幣



圖 2：水介質釋放硬幣

	第一次	第二次	第三次	第四次	第五次	平均	標準差
空氣	20	19	20	20	20	19.8	0.45
水	17	20	18	16	15	17.2	1.92

表 1:在不同介質，釋放硬幣

空氣中的實驗，只有一枚硬幣進掉入後又彈出來，其他的硬幣都是直接掉入培養皿中。在水中，硬幣落下時會出現左右晃動的現象，有些硬幣會漂移出培養皿，平均約為 17.2，略小於空氣中的平均 19.8。由此可知水較大的阻力，的確是造成硬幣較難掉入培養皿的原因。

二、鉛直與水平的差異

我們將硬幣水面上水平落下，硬幣進培養皿的機率很大，平均有 17.2 次(圖 3)。如果我們採用鉛直落下，這時硬幣落水時所受的阻力應該會比水平落下時小，而受到比較小的阻力，造成硬幣漂移的幅度應該會減少，這樣進培養皿的機率不是更大嗎？因此我們將硬幣鉛直夾起，置於水深 17cm 的水面上方，但不碰到水面，將硬幣鉛直落下(圖 4)。

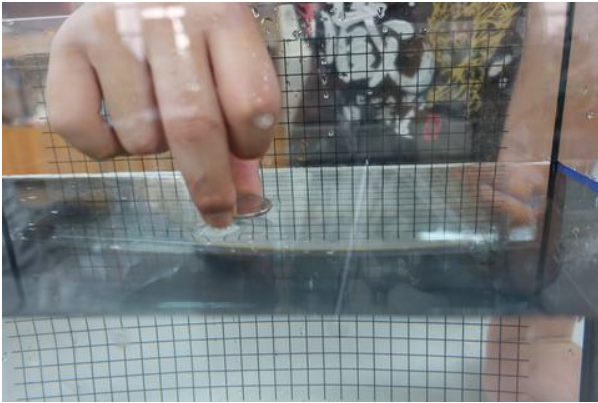


圖 3:硬幣在水面水平落下



圖 4:硬幣在水面鉛直落下



圖 5：硬幣水平落下，掉落在培養皿內的軌跡圖(瞄準點較靠中央)

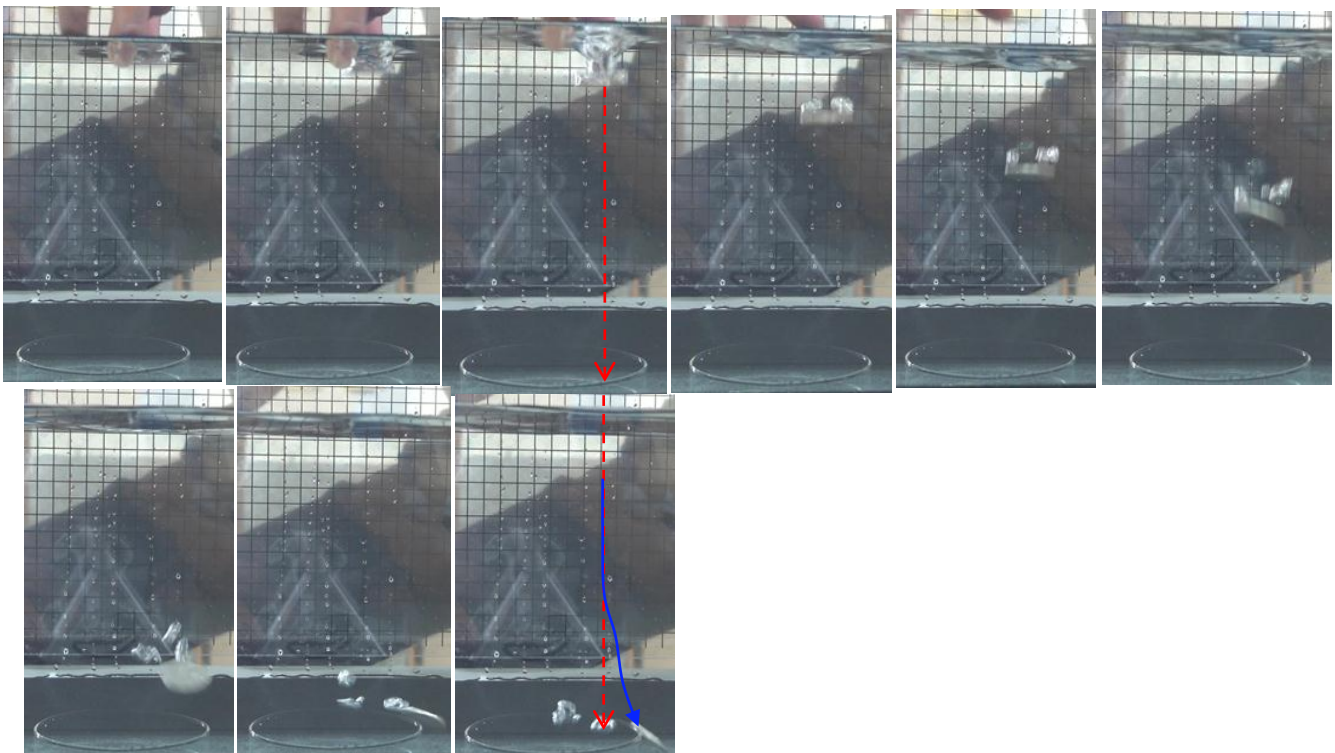


圖 6：硬幣水平落下，掉落在培養皿外的軌跡圖(瞄準點較靠外側)

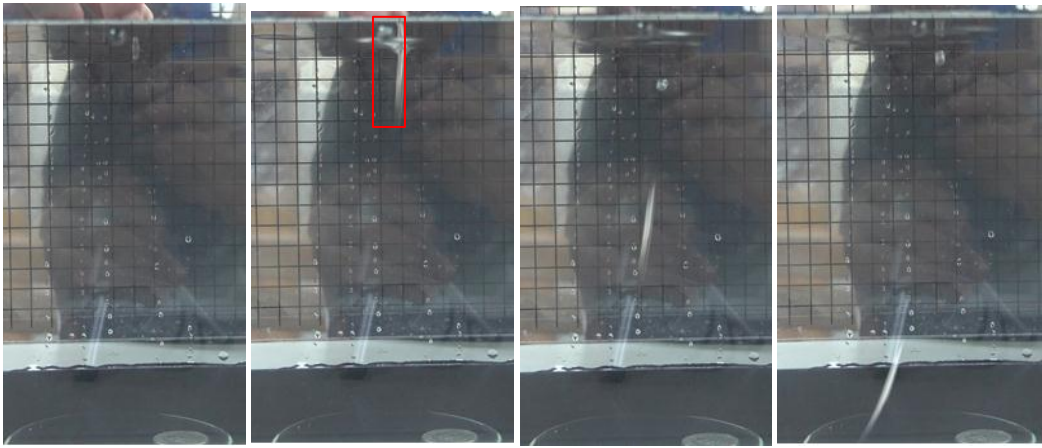


圖 7：硬幣鉛直落下，掉落培養皿內的軌跡圖(紅框處顯示硬幣較貼近鉛直)



圖 8：硬幣鉛直落下，掉落培養皿外的軌跡圖(紅框處顯示硬幣較偏離鉛直)

圖 5~圖 8，是藉由免費軟體 Free Video to JPG Converter，將我們用相機拍攝硬幣落下的影像檔，轉成多幅等間隔的相片，再藉由小畫家軟體修剪所需要的部分，藉以呈現並分析硬幣掉落的過程。

從圖 5 及圖 6 的相片比較可見，硬幣在水平落下時，會以比較緩慢的速度落下，且左右微幅的來回擺盪。圖 5 在落下時，硬幣比較對準培養皿中心，因此硬幣落入培養皿中；圖 6 在落下時，硬幣較偏向培養皿右側，落下時恰巧碰到培養皿的邊緣，因此落到外面。

從圖 7 與圖 8 的比較，我們發現圖 7 的硬幣在落入水中時，角度比較接近鉛直(與紅框比較)，因此落下時速度非常快，產生較小的偏移量後落入培養皿中；而圖 8 的硬幣在落入水中時，角度偏離鉛直較大，因此落下硬幣就快速向右下方滑動的偏移(對向拍攝，左右相反)，之後再產生翻轉掉落，最終掉到外面。由表 2 可知，鉛直落下時，平均只有 14.8 次落入培養皿中，明顯小於水平落下平均的 18.6。

	第一次	第二次	第三次	第四次	第五次	平均	標準差
水平落下	17	17	20	19	20	18.6	1.52
鉛直落下	13	15	16	16	14	14.8	1.30

表 2：水深 17cm，硬幣鉛直落下與水平落下

三、釋放角度的探討

我們前面的實驗發現，水平釋放硬幣的效果比鉛直釋放好，但其它的角度也會比水平差嗎？而且我們發現，前面實驗的水平或鉛直，都是靠感覺擺放，實際上每次抓取時是否有水平或鉛直，還是很大的問題。因此我們利用長方形木板，利用三角板在上面分別畫出鉛直、 30° 、 45° 、 60° 的線條，水平則使用木板的底端，然後將木板架在魚缸上方，每次用手指將硬幣對準木板上對應的線條後，再鬆指釋放。為了避免木板滑動，我們用長尾夾夾在魚缸上來抵住木板，避免木板滑動，增加穩定性。由於木板架在魚缸壁上，因此硬幣會離水 10cm 釋放。

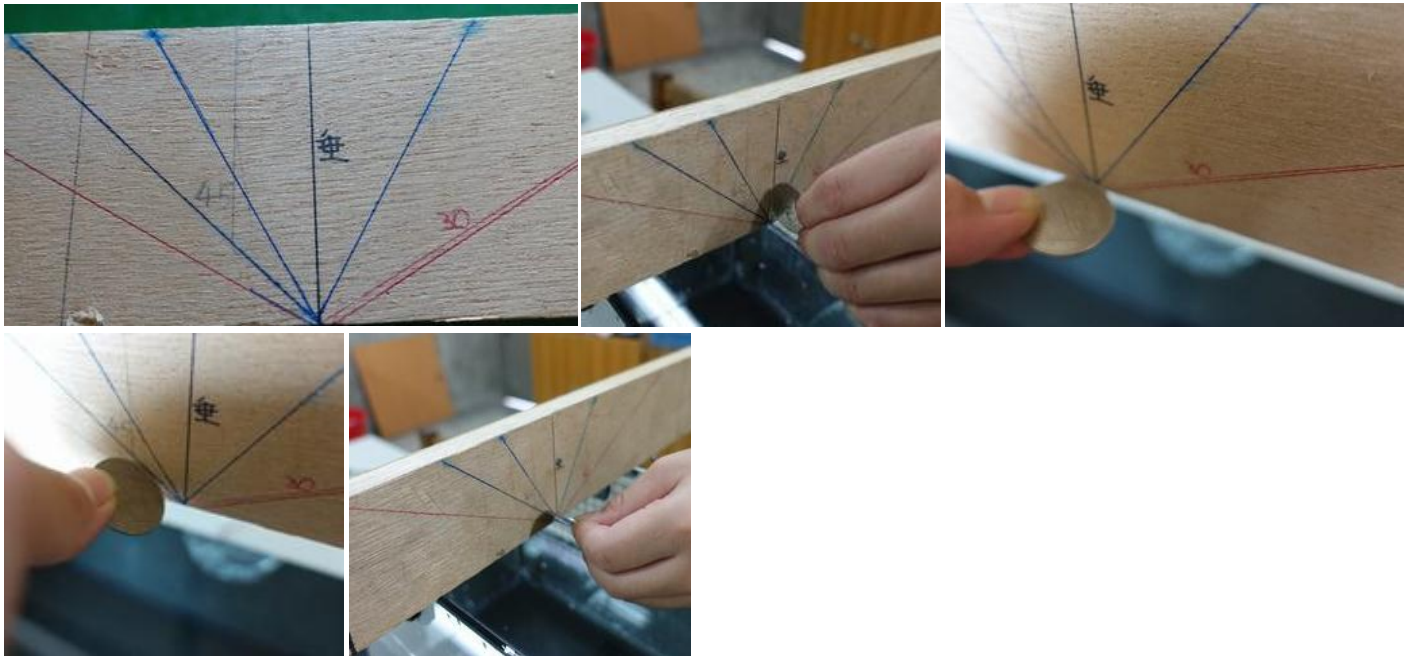


圖 9：使用長方形木板，並用量角器在木板繪製不同角度，作為硬幣落下角度的依據

角度	第一次	第二次	第三次	第四次	第五次	平均	標準差
水平	20	20	20	20	20	20	0
30°	12	14	14	13	16	13.8	1.48
45°	16	17	16	18	17	16.8	0.84
60°	18	17	19	17	18	17.8	0.84
鉛直	4	6	3	8	9	6	2.55

表 3：水深 17cm，不同角度落下

從表 3 中，我們可以發現依靠木板上所畫的線條，水平落下的效果最好，平均 20 領先各種角度，說明水平釋放時硬幣會比較穩定落下，而且有對水平線比用徒手感覺的水平落下的 18.6 還好。

相對的，鉛直落下的效果最差，平均只有 6，這可能是我們在對線條時不準，或是在釋放時手指的動作不穩定，造成落下時產生角度有一點偏斜時，因此硬幣在靠近魚缸底部時，會快速地向兩側漂移。有少數幾次，我們發現硬幣是入水後，快速而直線的掉到培養皿中，但這表示如果只要我們能將硬幣精確的鉛直落下，硬幣就一定能掉入培養皿中，不過綜合來說，鉛直落下的平均只有 6，而且比徒手鉛直落下的 14.8 還要差。比較兩次的動作，我們覺得可能跟抓取硬幣的方式有關，前面是抓硬幣的邊緣，這次則是抓硬幣的平面。

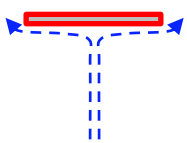


圖 10-1：準確的水平落下

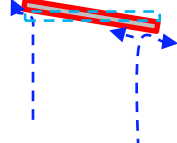


圖 10-2：稍微傾斜的水平落下



圖 10-3：準確的鉛直落下

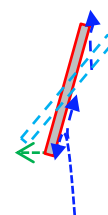


圖 10-4：稍微傾斜的鉛直落下

為什麼水平比較沒有這個問題呢？當硬幣水平落下時，根據流體阻力的公式 $F = C_p \rho A v^2/2$ ，由於面積最大，因此所受的阻力最大，硬幣會比較緩慢的落下。而準確的水平落下(圖 10-1)，代表左右兩側所受的阻力相當，硬幣最會緩慢而穩定的鉛直落下；若是稍微傾斜的水平落下(圖 10-2)，這時右側因受擠壓水流的影響，會使較低的右側下降的速度變慢，硬幣又會水平方向調整，因此硬幣會稍微左右晃動的漂落，加上此時硬幣下降的速度較小，因此左右晃動的幅度也較小，因此掉進培養皿的機率也大。

若硬幣是準確的鉛直落下(圖 10-3)，這時硬幣所受水的阻力最小，而且左右受力平均，因此硬幣會鉛直而快速的落入培養皿中；若是硬幣鉛直落下時有稍微的傾斜(圖 10-4)，由於左側傾斜角度的關係，所受的阻力較大，會驅使硬幣更往左偏斜，而鉛直落下所受阻力較小，因此硬幣接近培養皿時的速度，更加大水將硬幣往左推的力，因此硬幣迅速的往左下方偏移。

四、水平落下的高度探討

在前面的實驗中，我們發現水平釋放時的效果最好，然而不同的高度釋放，對實驗的結果會有影響嗎？因此我們利用前面實驗的木板，進行硬幣位置是微沒入水中(圖 12)、水面的 0cm(圖 13)、木板下緣的 10cm(圖 14)、木板中間的 13cm(圖 15)、木板上緣的 16cm(圖 16)來做為實驗的分組。

0cm 是將硬幣貼到水面，利用水的張力調整到硬幣周圍都出現凹痕，但未淹至硬幣上面時，將硬幣釋放；微沒入水中是將硬幣微壓入水中後再往上提，讓硬幣上方均勻分布薄薄的一層水。兩者的實驗主要是想比較硬幣有破水與沒有破水是否有影響。而對照組是實驗二，硬幣拿在水面上方，靠近水面但不接觸水面。



圖 11：不同水平高度釋放

圖 12：硬幣微沒入水中

圖 13：硬幣水面 0cm

圖 14：10 cm 水平落下

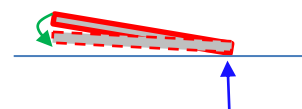


圖 15：13 cm 水平落下

圖 16：16 cm 水平落下

圖 17：水上不碰水(對照)

圖 18：破水時，有助於修正水平

高度	第一次	第二次	第三次	第四次	第五次	平均	標準差
微沒水中	15	9	17	11	12	12.8	3.19
水面 0cm	16	16	14	20	20	17.2	2.68
水面 10cm	17	20	18	16	15	17.2	1.92
水面 13cm	19	17	15	15	19	17	2
水面 16cm	20	20	20	20	20	20	0
水上(對照)	17	17	20	19	20	18.6	1.52

表 4：不同高度，水平落下比較

從表 4 的資料可以發現，當硬幣微沒入水中時，所得到的平均值是最差的；我們推測，在水平釋放的實驗中，硬幣破水時右側接觸到水會受到向上的力量，而使硬幣朝向更水平的角度修正(圖 18)，所以硬幣直接微沒入水中，較少掉了這種修正的力量，得到的結果就比較差。水面 16cm 的結果看起來最好，

似乎顯示距離水面愈遠，硬幣入水時的速度愈大，往水平修正的力量就大。

五、滑軌的校正鉛直

由前面的實驗過程發現，硬幣在鉛直釋放的過程中，如果硬幣入水的角度偏移鉛直稍多，則硬幣在落下的過程中，受水的阻力影響容易往左右迅速偏移，而掉到培養皿外。雖然我們盡力對準鉛直線，但由於視角的誤差，以其手部釋放時兩手指離開的速度不同，造成硬幣容易產生微幅的偏斜，使得鉛直釋放的穩定性不佳(圖 19)，因此我們想要做一個穩定的架子，讓硬幣再落下的過程中，角度比較穩定。



圖 19: 鉛直釋放的硬幣抓取方式



圖 20: 使用滑軌伸縮，貼近水面



圖 21: 底端黏貼冰棒棍校正鉛直



圖 22: 使用冰棒棍校正後的裝置

利用學校損壞的課桌椅的木材與裝修時剩餘的木板，我們用角鐵將這些角木鎖緊組成一個架子，可以穩固的放置在魚缸的上方；然後在鉛直的木板上安裝抽屜的滑軌，這樣我們就可以透過滑軌的伸縮來適應不同的水深，或是不同的落下高度(圖 20)。另外，為了確保軌道可以呈現鉛直，我們用縫衣線綁螺帽來對滑軌的鉛直進行校正，在架子下方黏貼堆疊冰棒棍來調整，使滑軌呈現鉛直(圖 21、圖 22)。滑軌伸長到我們需要的位置時，再用膠帶黏貼網綁固定。另外為了確認不同高度鉛直釋放的效果，我們也仿造實驗四用不同的高度釋放，分別為稍微入水、水面，以及水上 10cm，作為釋放高度。本次實驗水深 17cm，使用 10 元硬幣，用手指將硬幣緊靠滑軌，鉛直釋放。



圖 23: 試落時，發現硬幣明顯偏向右



圖 24: 偶爾會有硬幣偏左



圖 25: 透過不同的力道，硬幣的分布較平均

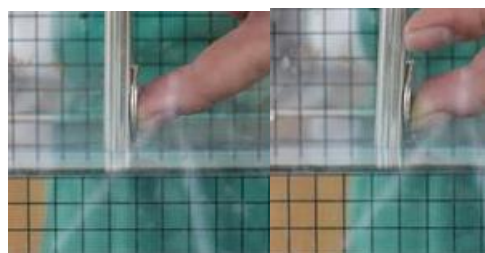


圖 26: 不同力道，滑軌彎曲情形不同



圖 27: 調整力道後，比較穩定，但偏移量大



圖 28: 透過練習，硬幣的偏移量變小

	第一次	第二次	第三次	第四次	第五次	平均	標準差
下緣沒入水中	12	10	8	11	18	11.8	3.77
下緣在水面上	8	10	12	9	11	10	1.58
水上 10cm	12	16	13	14	9	12.8	2.59

表 5: 水深 17cm，依靠滑軌，不同高度，鉛直落下

在實驗的過程中，我們發現硬幣並不會在培養皿四周均勻分布，而是大部分都偏向右側，少數偏向左側(如圖 23、圖 24)。經重複測試觀察發現，如果手指將硬幣貼緊滑軌的力量較大，則落下的硬幣會比較容易偏向右側；如果用的力量過輕，則容易偏向左側(如圖 25)。

我們反覆觀察按壓的過程，以及滑軌的結構，發現滑軌本身密合度不好，有一定的間隙，加上所用的鐵片較薄，用力按壓時容易讓滑軌彎曲(如圖 26)，造成硬幣入水時角度偏離鉛直。然而按壓過輕時，容易讓硬幣下方微翹離滑軌，造成落下時向左偏移。經過反覆的練習，我們發現用適當輕柔的力，硬幣落下就比較穩定落在培養皿附近(圖 27、圖 28)，但平均值也只到 12 左右，顯示利用滑軌，並不是一個穩定的鉛直釋放的工具。

六、長方形鋼管的校正鉛直

前面的實驗中，由於滑軌的結構不穩定，造成落下的角度不穩定。因此我們再尋找比較平整而穩定的平面，最後我們找到長方形鋼管。另外我們發現原先用角鐵鎖緊的木架，由於木頭與木頭本身有一定的縫隙，因此可以透過用手扳的方式來調整角度，再以鉛錘線來校正鉛直，就不再使用冰棒棍來調整(圖 29)。至於長方形鋼管與木架間的固定，則用膠帶黏貼網綁在架子上的方式，來調整鋼管的位置(圖 30)。

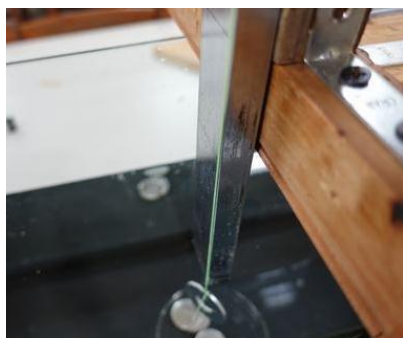


圖 29:校正長方形鋼管的鉛直



圖 30:依靠長方形鋼管鉛直釋放

	第一次	第二次	第三次	第四次	第五次	平均	標準差
下緣沒入水中	13	14	13	12	13	13	0.71
下緣在水面上	11	10	11	12	11	11	0.71
水上 10cm	15	16	17	16	17	16.2	0.84

表 6：水深 17cm，依靠長方形鋼管，鉛直落下

根據表 6 的結果，我們發現使用長方形鋼管後，各項鉛直落水的平均都有微幅增加，而水上 10cm 這組的平均值提高到 16.2，似乎顯示較高處釋放，經過鉛直的鋼管校正後，落水時的角度會比較接近鉛直。而我們觀察這三組的標準差都在 0.8 左右，明顯比滑軌來的 3 來得小，顯示長方形鋼管在硬幣鉛直落下的穩定性較佳，但進步幅度有限，顯示這種方式仍有改善的空間。

七、按壓硬幣位置的探討

反覆觀察實驗六，我們發現手指壓硬幣時，如果壓得太用力硬幣會緊黏手指，當手指離開時，硬幣會隨著手指偏離鋼管，而無法鉛直落下(如圖 31、圖 32)；但如果壓得過輕，硬幣卻不容易緊貼滑軌，造成硬幣沒有緊貼鋼管，造成落下時也沒有呈現鉛直。

這個實驗我們試著用輕柔的力量，按壓硬幣不同的位置，分別是按壓硬幣下方、按壓硬幣中央、按壓硬幣上方，看看效果如何？本實驗硬幣以下緣在水面上為釋放高度。



圖 31：按壓力量過大



圖 32：當手指離開時，硬幣翹起

	第一次	第二次	第三次	第四次	第五次	平均	標準差
壓硬幣上方	6	14	9	13	16	11.6	4.04
壓硬幣中間	9	14	16	14	17	14	3.08
壓硬幣下方	8	18	13	18	14	14.2	4.15

表 7：按壓硬幣不同位置，鉛直釋放



圖 33：按壓上方，下面產生縫隙



圖 34：按壓中間



圖 35：按壓下方，上面產生縫隙

由表 7 的資料顯示，按壓硬幣上方時，得到的平均值是較低，我們觀察發現按壓硬幣上方時，下方容易產生縫隙(如圖 33)，落水時角度自然偏移鉛直較多，因此效果較差；而按壓硬幣中間，感覺比較沒有縫隙(如圖 34)。而按壓硬幣下方時，硬幣上方容易產生縫隙，但在下滑的過程中，會得到手指的修正(如圖 35)。這兩種方式得到的平均值相差不多，與前面比起來進度有限。

八、大面積按壓的探討

根據實驗七的結果，我們認為按壓硬幣中間已經有所改善，但平均 14 與徒手鉛直落下的結果相差不多，代表長方形鋼管雖然提高了穩定性，但按壓硬幣所造成的缺陷，卻抵銷了這種優勢。因此我們試著使較大面積的按壓方式，來進一步降低按壓的力道：使用平整的冰棒棍，下方用手指輕壓，上方用兩指輕夾著冰棒棍，使冰棒棍能均勻的貼著硬幣(如圖 36)；另一種想法是使用食指與拇指一起按壓硬幣的上下方，讓硬幣可以輕輕地貼緊長方形鋼管。看看是否可以改善入水的狀況(如圖 37)。本次實驗水深 17cm，使用 10 元硬幣，硬幣下緣貼水面上，用手指將硬幣緊靠鋼管，鉛直釋放。



圖 36：使用冰棒棍按壓



圖 37：用食指、無名指按壓

	第一次	第二次	第三次	第四次	第五次	平均	標準差
單指壓中間	9	14	16	14	17	14	3.08
用冰棒棍壓	15	19	18	17	16	17.0	1.58
用二指按壓	19	20	20	20	20	19.8	0.45

表 8：使用不同的物品按壓硬幣，鉛直落下

從表 8 的資料可以看出，使用冰棒棍，讓平均值由 14 增加到 17，而且結果的標準差也從 3.08 下降到 1.58，顯示較大面積的按壓的確效果較好。

使用食指與中指按壓，初期我們發現還是容易往右側漂移，代表釋放的速度並不恰當，會影響硬幣入水的角度；經多次觀察發現當中指先離開而食指持續頂著硬幣時，硬幣底端會先朝左邊偏離，在入水

要往左偏時，硬幣頂端卻一直抵在鋼管上(圖 38、圖 39、圖 40)，在鋼管反饋的反作用力下，硬幣轉向右側偏轉，最後朝向右邊偏移(圖 41、圖 42、圖 43)，整個落下的過程我們用影像剪輯成圖 44。本實驗的攝影機架在魚缸另一側，因此相片的左右方向與實際方向相反。

如果我們非常緩慢的移開手指，硬幣在掉下的過程中，有時頂端會被中指勾到，造成硬幣被手指抵著往左邊傾斜，最後硬幣會往左邊漂。在經過多次試驗，我們發現按壓的力道輕柔，讓手指保持似有若無時的力道離開，這時硬幣可以鉛直的落下。當我們掌握這種力道後，我們發現用二指按壓得到的平均值最高，達 19.8，的確能大幅增加硬幣鉛直釋放時的成功機率。

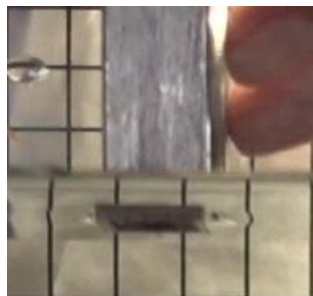


圖 38：雙指抵住硬幣

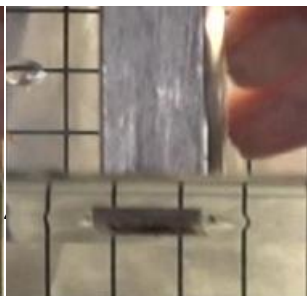


圖 39：中指先離開硬幣



圖 40：硬幣朝左傾斜(對向拍攝)



圖 41：硬幣上方持續抵住鐵管



圖 42：反作用力轉向右偏

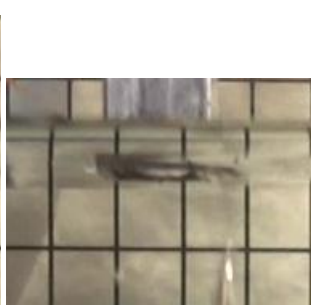


圖 43：更大的偏移角度下落



圖 44：硬幣偏斜落下的軌跡

九、水深差異的探討

從前面的幾個實驗來看，只要我們掌握方法，硬幣要投進培養皿的比例是很高的，這跟我們看影片的情形有很大的不同。檢視兩邊的狀況，發現我們使用的水位較淺，因此我們將水位提高到 25cm，這個水位是以手撈取硬幣時水不會溢出為原則。本次實驗水深 25cm，使用 10 元硬幣，用手指夾取硬幣，貼近水面，水平釋放。

	第一次	第二次	第三次	第四次	第五次	平均	標準差
水深 25cm	10	9	8	8	7	8.4	1.14
水深 17cm(對照)	20	20	20	20	20	20	0

表 9：不同水深，水平釋放比較

我們從表 9 的資料可以發現，當水深從 17cm 變成 25cm 時，我們發現投入的平均值從 20 大幅下降到 8.4。我們觀察實驗的過程，發現硬幣水平落下時，會產生輕微的左右晃動，但隨著落下的距離增加，晃動的幅度也隨著加大，雖然增加的幅度並不是很大，但已有許多硬幣掉落在培養皿外面(如圖 45)。

在 25cm 水深進行水平釋放，其平均值比 17cm 時大幅下滑，如果改成鉛直釋放，情況也是一樣嗎？本次實驗水深 25cm，使用 10 元硬幣，用手指夾取硬幣，貼近水面，鉛直釋放。

	第一次	第二次	第三次	第四次	第五次	平均	標準差
水深 25cm	1	0	2	1	3	1.4	1.14
水深 17cm(對照)	13	15	16	16	14	14.8	1.30

表 10：不同水深，鉛直釋放比較

透過表 10 我們發現，水深變成 25cm 後，鉛直釋放變得幾乎很難投入培養皿中，主要是鉛直釋放時，入水角度只要偏離鉛直線一些，隨著落下的距離變長，下墜的速度也跟著變大，這時水給予的阻力急劇變大，造成硬幣在最後都出現急轉彎的現象，而且鉛直釋放的硬幣分布遠比水平釋放的分散(如圖 46)。



圖 45：水深 25cm，水平釋放的硬幣分布



圖 46：水深 25cm，鉛直釋放的硬幣分布

十、長方形鋼柱的穩定性

前面我們利用長方形鋼管，成功的讓鉛直釋放的硬幣投入培養皿的機率增加，在水深 25cm 時，能夠保持這麼高的成功率嗎？本次實驗水深 25cm，10 元硬幣，用二指抵住硬幣，另外分別用水面上、水上 3cm、水上 10cm 的高度釋放，看看不同高度釋放對投入的機率是否有影響？(圖 47、圖 48、圖 49)

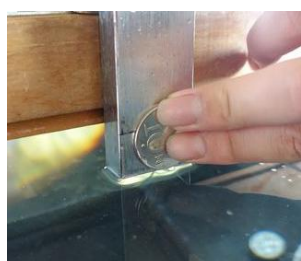


圖 47：水面上鉛直釋放



圖 48：水上 3cm 鉛直釋放

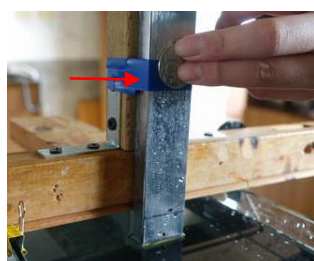


圖 49：水上 10cm 鉛直釋放

	第一次	第二次	第三次	第四次	第五次	平均	標準差
水面上	17	17	20	19	20	18.6	1.52
水上 3cm	20	18	20	18	16	18.4	1.67
水上 10cm	15	9	17	11	12	12.8	3.19

表 11：不同水深，倚靠鋼管，鉛直釋放比較

由表 11 的資料來看，在水深 25cm 時，校正過的長方型鋼管的確可以讓硬幣落下時，入水的角度保持接近鉛直，因此得到的平均值有 18.4 左右。水上 10cm 那組平均較差，我們反覆觀察構造後發現，硬幣在 10cm 高的位置剛好遇到固定鋼管的膠帶，手指輕壓硬幣時就已經不是鉛直了，因此所得的平均就顯得比較差(為了穩定的固定鋼管，無法去除膠帶)。

十一、角度固定器

在實驗九中，我們發現水深從 17cm 變成 25cm 後，硬幣投入培養皿中的機率大幅下降，而其他的角度也是一樣嗎？但從前面的實驗中，可以發現直接用手抓住硬幣釋放，角度很難精準；而用木板畫線作為釋放角度的依據，也常受到視差與手部抖動的干擾，而影響硬幣入水的穩定性，因此我們試著製作簡單的裝置，來減少人為因素的干擾。

為了避免手部抖動與釋放速度不同造成的偏差，我們想透過夾子來代替手指的夾取，在以 10 元硬幣規格試過多種夾子之後，我們找到鐵製的燒瓶夾可行，我們將鐵製的燒瓶夾的 < 型夾嘴扳平修齊，並在上面貼上絨布增加摩擦力，並將夾子用膠帶固定在長方形鋼管上(圖 50)；水平夾持時穩定，釋放時硬幣掉落穩定，可成功 17 次(圖 51)。接著嘗試用最大角度夾持硬幣時，發現僅能從水平微幅翹起(圖 52)，再大時硬幣就會在夾嘴打滑；我們使用圖片量角器來測量這個角度，發現大約 20°(圖 53)，這代表夾子的適用範圍太小；另外我們就 20° 釋放硬幣，發現硬幣掉落時左右晃動的太嚴重，幾乎都掉到培養皿外(圖 55)。基於上面的測試，我們放棄使用夾子來作為硬幣釋放的角度固定器。



圖 50：使用燒瓶夾固定硬幣



圖 51：硬幣水平夾住



圖 52：硬幣最大固定角度



圖 53：以圖片量角器，測量約 20°

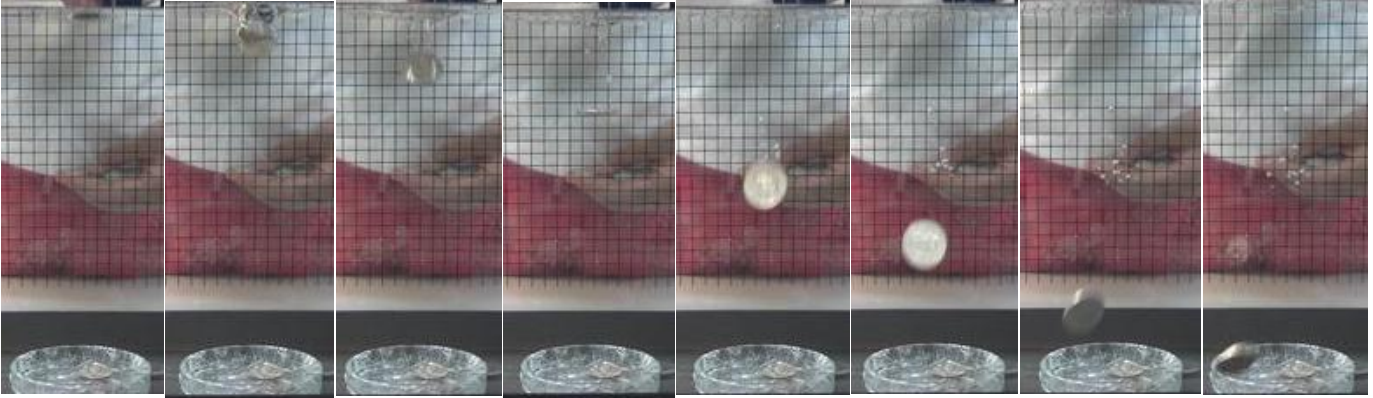


圖 54：水平釋放，硬幣落下較穩定



圖 55： 20° 夾角釋放，硬幣晃動幅度較大

我們透過投幣機讓硬幣沿著軌道前進的概念，我們希望設計出一個緊貼硬幣的直線通道，讓硬幣透過我們預留的通道，直接滑出我們設定的位置，接著我們只要將這個通道工具，固定在我們需要的角度上，這時硬幣通過這個通道，就能以我們想要的角度滑出，這就是我們想要的角度固定器。

在製作這個角度固定器時，為了保證通道的平直順暢，我們想到將裝潢剩料的木心板鋸開黏貼在玻璃片上，通道則用比 10 元硬幣厚一些的 20 元硬幣抵住後壓緊，這樣不僅可以貼緊 10 元硬幣，也能讓 10 元硬幣順利滑出(圖 56)。使用木板，主要是因為木板有較大的底面，在黏著的時候木板比較不會歪斜，也比較牢固。但在幾次測試後，我們發現濕的硬幣在不斷的投入角度固定器後，會使木板吸水而稍微膨脹，讓原本緊貼通道的硬幣卡在通道中，因此我們放棄木板這種材質。



圖 56：木心板製作的角度固定器

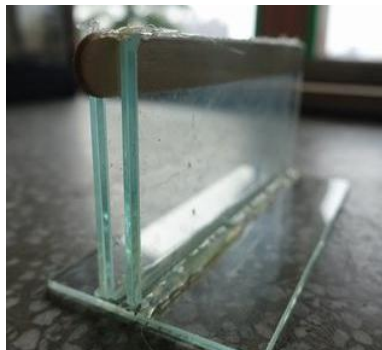


圖 57：玻璃片製作的角度固定器



圖 58：以冰棒棍與熱熔膠穩定通道的大小

為了避免木頭吸水膨脹的問題，我們改用玻璃片來製作滑道，除了不怕水外，玻璃片也比木心板平直光滑。為避免玻璃片底面太小在黏著時歪斜，我們用木心板抵住玻璃片來讓玻璃片互相鉛直；黏好之後，為避免在使用中壓迫使玻璃片歪斜，我們在立起的玻璃片外側用熱熔膠堆疊固定，上方則用砂紙修改厚度後的冰棒棍抵住，再用熱熔膠將冰棒棍固定(圖 57、圖 58)。

我們將角度固定器用夾子固定木板上，讓通道與角度線對齊，角度固定器的出口對齊木板下緣(離水約 3cm，圖 59)；為減少裝置的誤差，我們在魚缸上方鎖二個固定器，並在木板上畫出固定器位置的線條，讓每一次硬幣滑出的角度固定。因硬幣滑出會帶有一定的速度，在正式實驗前我們會先試投 40 個硬幣，來確定木板與培養皿的最適位置。

角度	第一次	第二次	第三次	第四次	第五次	平均	標準差
45°	4	1	3	2	1	2.2	1.3
60°	8	6	7	6	8	7	1
鉛直	7	5	6	11	8	7.4	2.3

表 12：水深 25cm，使用校正器，出口對準木板下緣

在進行了鉛直、60°、45° 實驗之後，我們發現這幾個角度得到的平均數太低了，彷彿角度固定器沒有作用。我們再仔細觀察硬幣從投入到落底的過程，發現使用角度固定器時，硬幣在通過通道會有一定的速度，而以這個速度觸水時，硬幣容易產生漂移的現象，造成硬幣入水後散佈的幅度太大，尤其當水面有波紋時，偏移的狀況更是明顯，因此我們就停止角度固定器的固定位置，改為出口對齊水面(圖 60)。出口對準水面時，當硬幣破水時，硬幣一部分仍在通道中，這樣會讓硬幣繼續維持我們想要的角度，避免水面波動時角度不穩的問題。但通道式的角度控制器無法進行水平釋放，因此我們將 L 型角鐵固定在鉛直的長方形鋼管上，然後兩指夾持硬幣往上抵住角鐵的水平端，在鬆指釋放硬幣(圖 61)。



圖 59：角度固定器出口對準木板下緣

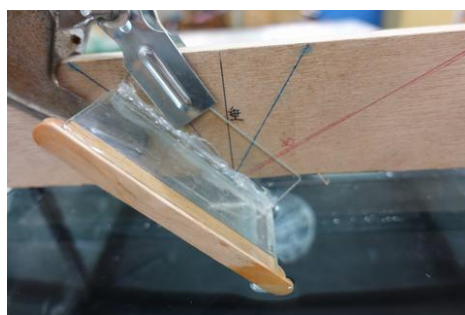


圖 60：角度固定器出口對準水面

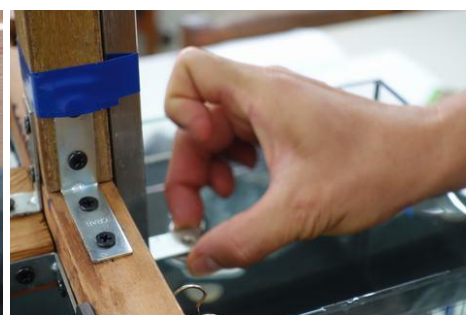


圖 61：水平角度的角度固定器

在出口對齊水面時，水平釋放的部分角度固定器無法達成，因此我們就將角鐵固定在長方形鋼管座的底端，用手指分持硬幣兩端，讓硬幣貼緊角鐵的水平面，之後再鬆指釋放。

角度	第一次	第二次	第三次	第四次	第五次	平均	標準差
水平	5	8	7	6	7	6.6	1.14
30°	7	8	8	7	6	7.2	0.84
45°	4	6	8	6	3	5.4	1.95
60°	17	20	19	18	18	18.4	1.14
鉛直	9	10	10	9	8	9.2	0.84

表 13：水深 25cm，使用校正器，出口對準水面

從表 13 的資料我們發現，使用角度固定器的平均值除了 60° 組較高外，其他的組別只有鉛直組的 9.2 比徒手水平落下的 8.4 稍好，其餘的這比這個值差，看起來通道式的角度固定器存在某些問題。我們再將硬幣與角度固定器反覆比對，發現為了讓硬幣能夠順利通過，通道都要比硬幣的厚度稍大些，多出來的厚度在硬幣留在通道時看起來問題不大(圖 62)，但在硬幣即將出通道的瞬間，些微的縫隙卻讓硬幣產生較大的偏斜(圖 63)。另外，我們也觀察到連續投擲硬幣時，硬幣還是會亂漂，這與我們之前的認知不太一樣，我們分析後認為，當我們連續投硬幣時，前面的硬幣落水時，產生的水波還未消去，新的硬

幣繼續掉下，在硬幣脫離通道的瞬間，硬幣會受到水波晃動的影響而擺動，加上前面講的出口效應，造成硬幣脫離角度固定器時，可能產生虛線位置的角度偏斜(圖 64)，因此掉入培養皿的機率還不到一半。

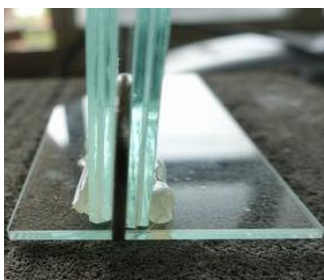


圖 62：硬幣一半在通道中，偏斜較小

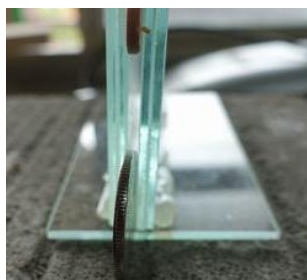


圖 63：硬幣將出通道，偏斜較大

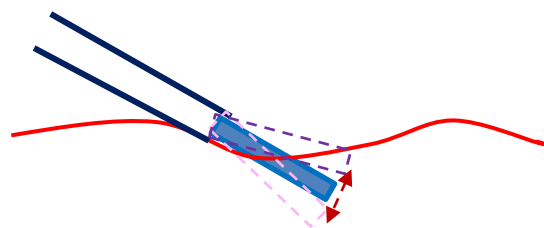


圖 64：水波對硬幣角度的影響

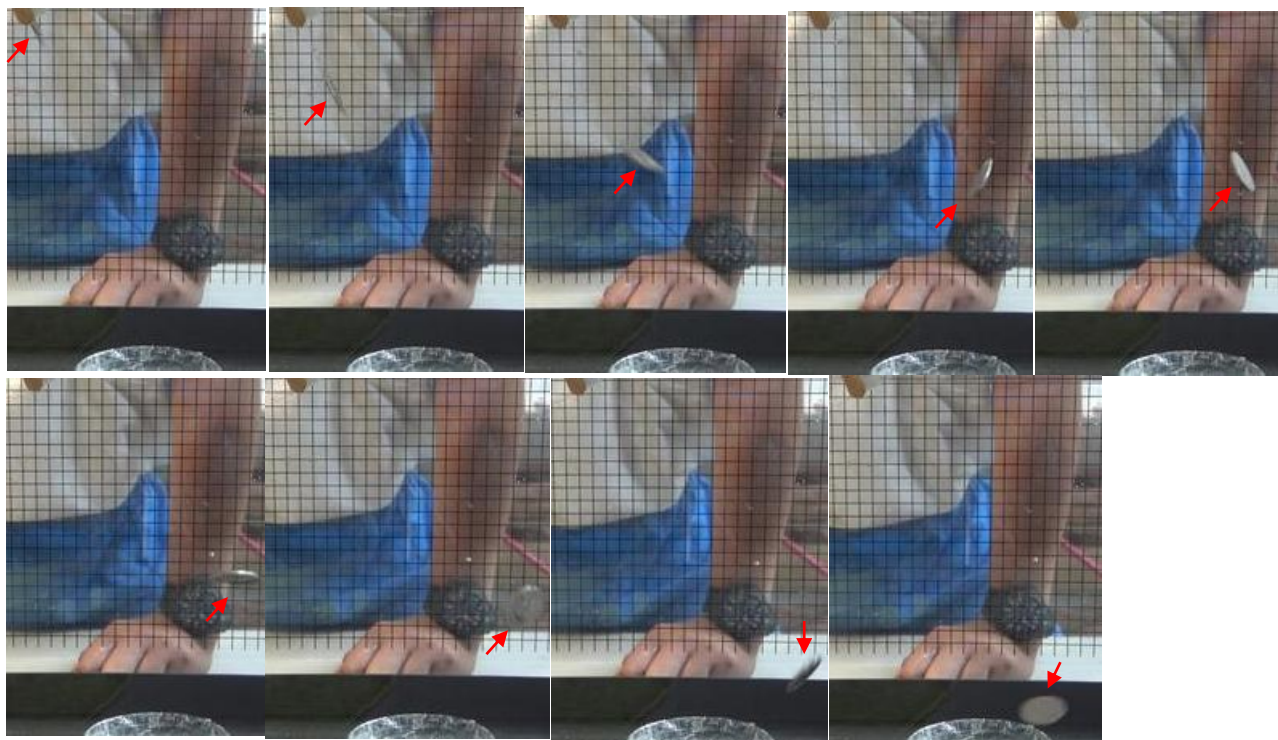


圖 65：60°硬幣釋放的軌跡圖



圖 66：45°硬幣釋放的三種軌跡圖

我們注意到在非鉛直、水平角度中，45°與60°的平均值相差最多，我們將這二種角度的影片進行分析，發現在60°時，硬幣落水後會直接衝過培養皿，因為水的阻力而產生一個翻轉，最後往回落入培養皿中，而這種軌跡差別並不大(圖 65)。但在45°時，硬幣會呈現幾種落法：一種是翹起來後，多次翻滾，最後掉回培養皿右側；一種是半翻後，直接往前滑落到培養皿的左側；另一種是翻滾後，直接往下掉落；還有一種，在偶然的機會，我們投出的硬幣，在入水後完全沒有翻滾的動作，就直接就沿著角度固定器的方向，快速地撞到魚缸的左壁(圖 66)。我們認為在45°時，硬幣落水後的移動軌跡很特殊，角度多一些硬幣會往回落，少一些硬幣會往前滑，因此45°的成功機率最低。

在鉛直釋放的部分，我們發現平均值 9.2 比徒手水面上釋放的平均值 0.6 改善非常多，但卻低於長方形鋼柱的 18，顯然角度固定器在鉛直時的效果不佳。若要增加角度固定器的可行性，勢必要對通道多

餘的縫隙進行精密的控制：既要能硬幣能夠順暢下滑，又要減少多出的縫隙。因此我們決定不使用角度固定器。

十二、多個硬幣水平釋放

在上面的實驗中，我們使用角度固定器來提高硬幣進入培養皿的機率，但節目中是不可以使用任何工具的，那我們要怎樣提高投進的機率呢？我們觀察到夜市中有些人玩套圈圈遊戲時，會採用多個圈圈一起丟，來提高套中大獎物品的機率，如果我們採用多個硬幣一起釋放，原則上水的阻力應該對團體行動的硬幣，所造成的影響更小，理論上應該可以提高投入的機率，但實際上是不是這樣呢？是不是愈多硬幣一起釋放效果愈好呢？本次實驗水深 25cm，10 元硬幣，一次多個硬幣一起釋放，水平落下，不使用任何工具。

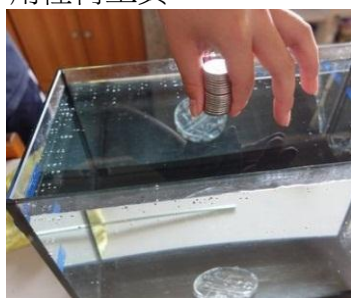


圖 67：20 個硬幣水平釋放



圖 68：10 個硬幣水平釋放

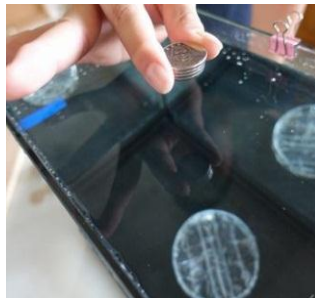


圖 69：4 個硬幣水平釋放



圖 70：2 個硬幣水平釋放

	第一次	第二次	第三次	第四次	第五次	平均	標準差
20 個	20	19	20	20	20	19.8	0.45
10 個	20	20	20	20	20	20	0
4 個	20	17	20	20	20	19.4	1.34
2 個	18	20	20	20	20	19.6	0.89

表 14：水深 25cm，多個硬幣一起水平釋放



圖 71：2 個硬幣水平釋放的落下軌跡

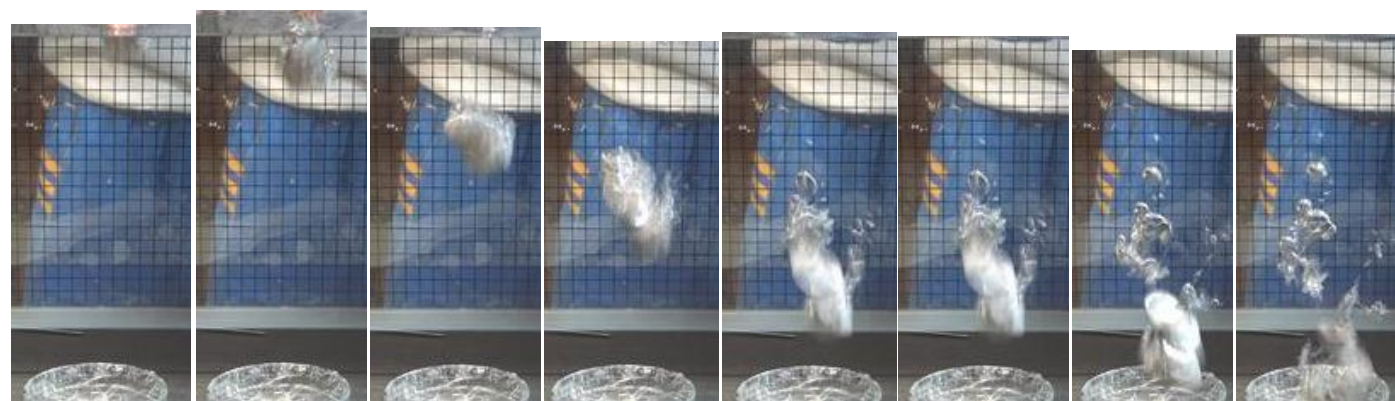


圖 72：10 個硬幣水平釋放的落下軌跡

從表 14 的資料來看，我們發現多個硬幣一起水平落下，得到的平均都接近 20，其中一次沒進的原因是太多硬幣一起掉入後，又彈出培養皿；另一個則是撞到培養皿的邊緣而掉落外面。

從 2 個硬幣水平落下的軌跡可以發現，硬幣落下的過程，二個硬幣都一起穩穩的落下，沒有產生翻

滾與左右漂移的現象(圖 71)。

而 10 個硬幣同時落下的軌跡，會發現硬幣落下初期都聚在一起，當接近培養皿時，硬幣會開始散開，但因為已經到培養皿上方了，所以硬幣還是全部落在培養皿中(圖 72)。我們推測，如果水深繼續增加，落入培養皿的硬幣數量應該會減少。

十三、多個硬幣鉛直釋放

多個硬幣水平落下，可以大幅的提高進入培養皿的機率，那鉛直落下是不是也有相同的效果呢？我們用手持硬幣的二面，分別在水面上一次釋放 20 個、10 個、4 個及 2 個硬幣(圖 73~76)。實驗中我們發現硬幣在落下時受到水的阻力，兩端的硬幣易往左右兩側漂移，而硬幣一次落下的個數愈少，愈容易像單一個硬幣一樣漂出去(圖 77)。然而當我們一次落下的個數愈多時，我們要把硬幣鉛直夾住的力量就要愈大，當我們要放開硬幣時，中間的硬幣就會先落下，而靠近手指的硬幣卻還卡著，造成硬幣並非同時落下，這樣就有一點失去同時落下的用意了(圖 78)；而當大量的硬幣同時落下時，硬幣雖然四散，但還是有一部份的因為兩側硬幣的阻擋無法四散，而掉入培養皿中。從表 15 資料可見，2 個硬幣同時鉛直落下時，平均最少；20 個硬幣硬幣同時鉛直落下，平均最高。

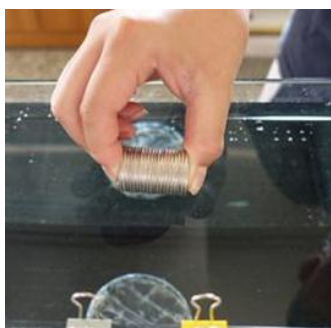


圖 73：20 個硬幣鉛直釋放



圖 74：10 個硬幣鉛直釋放



圖 75：4 個硬幣鉛直釋放



圖 76：2 個硬幣鉛直釋放

	第一次	第二次	第三次	第四次	第五次	平均	標準差
20 個	17	13	11	14	13	13.6	2.19
10 個	9	2	5	4	1	4.2	3.11
4 個	6	7	10	9	5	7.4	2.07
2 個	3	1	5	2	3	2.8	1.48

表 15：水深 25cm，多個硬幣一起鉛直釋放

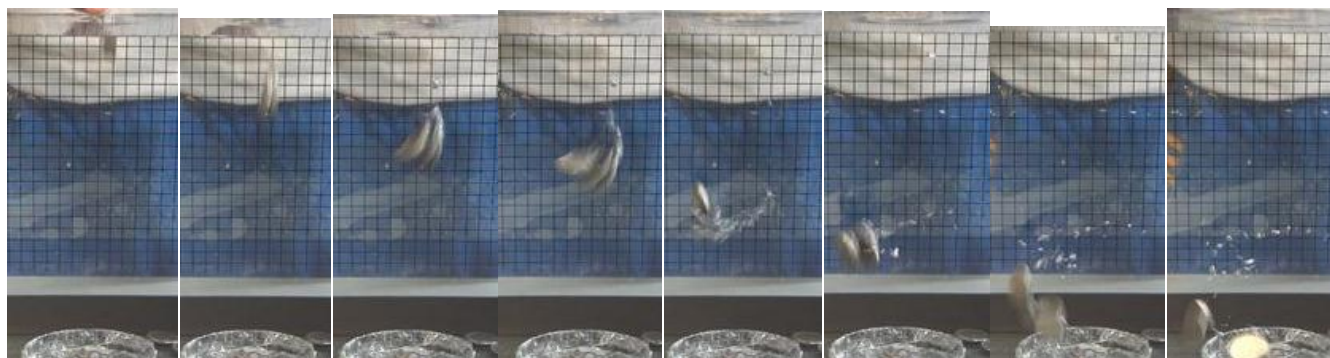


圖 77：4 個硬幣鉛直水平釋放的落下軌跡

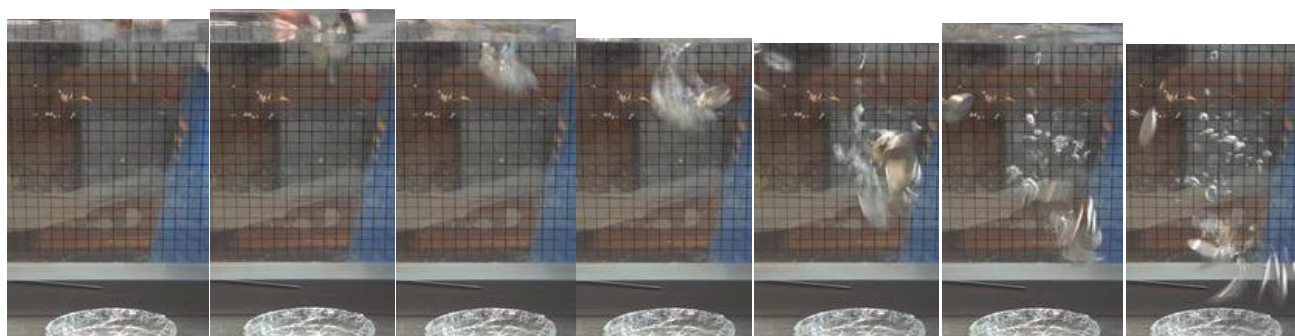


圖 78：10 個硬幣鉛直水平釋放的落下軌跡

因為用手指夾取硬幣二面時，硬幣會黏住手指(圖 79)，造成硬幣非掉落，因此我們想用不同的方式夾取，來減少這種現象：我們改成夾取硬幣邊緣(圖 80)、以及用固定的燒瓶夾來夾取(圖 81)。在超商看到一種塑膠盒，可以將相同的硬幣 10 個緊密夾住，方便計算硬幣數量；藉這個概念，我們將圓形的 PVC 管對半鋸開，用砂紙修平後，兩側再用熱溶膠將 20 元硬幣固定(圖 82)，在用倒的方式來解決夾取的問題。該怎麼倒呢？我們分別用直接用手倒(圖 83)，這樣比較好瞄準；靠在木板邊緣倒，這樣比較穩定(圖 84)；用玻璃片抵住往下倒的容器，再將玻璃片迅速抽離(圖 85)。



圖 79：夾住硬幣的兩面



圖 80：夾住硬幣的邊緣



圖 81：用夾子夾住硬幣



圖 82：用 PVC 管做夾具

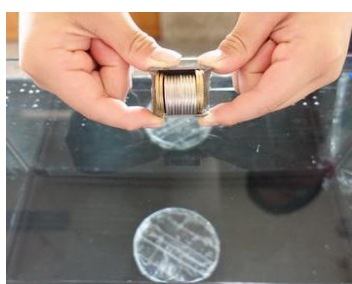


圖 83：直接用手倒

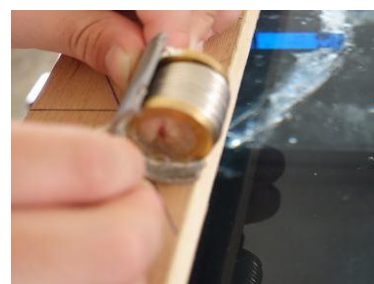


圖 84：靠在木板邊緣倒



圖 85：用玻璃片抵住，再抽出玻璃片



圖 86：用夾子夾住硬幣，再釋放的軌跡圖

從圖 86 的軌跡來看，我們發現使用夾子固定硬幣，當我們把固定螺絲鬆開時，硬幣都能在鉛直的角度破水，但夾嘴二端都有硬幣延遲掉落。當硬幣繼續往下落時，硬幣開始偏斜，然後因水的阻力前端開始往兩端分散，接著硬幣就開始分散、翻滾，大部分都落在培養皿外面。



圖 87：用手指夾住硬幣邊緣軌跡圖

而用手夾住硬幣邊緣再釋放時，由於手指構造的關係，指尖會先離開，因此硬幣由指尖端開始序列落水，可是這種落水的狀況，卻讓後面的硬幣緊跟著前面的硬幣往下掉(圖 87)，反而沒有出現四處亂散的情形，整體而言比較集中，因此效果較佳。

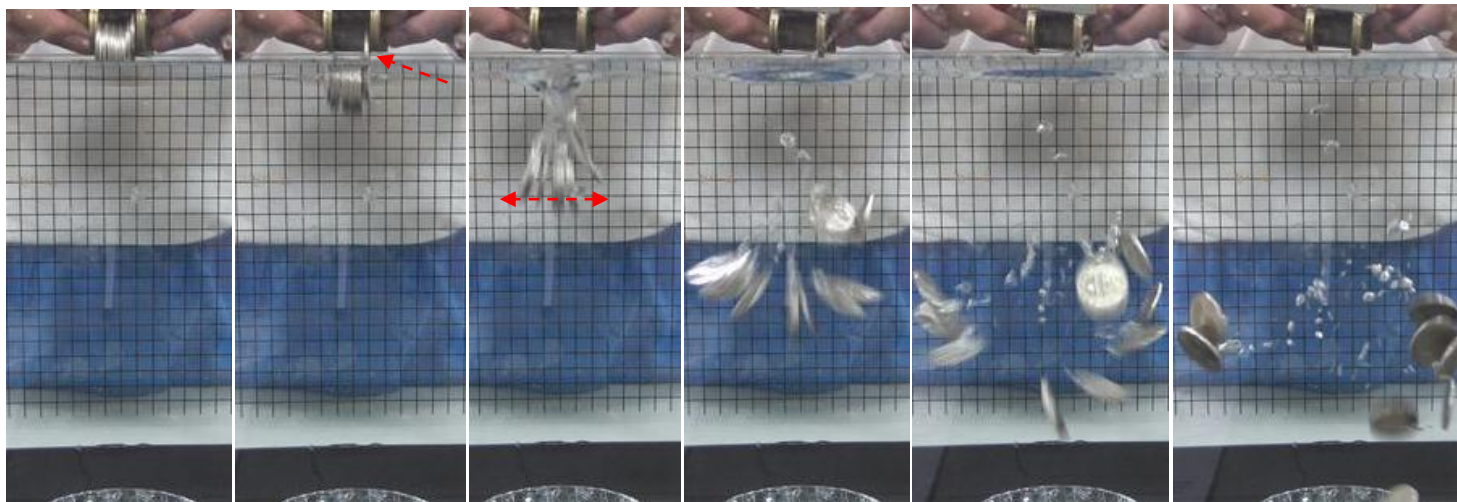


圖 88：直接用手將 PVC 盒倒出的軌跡圖

我們直接用手倒硬幣容器的方式(圖 88)，發現右側會有一個硬幣比較慢落下，而其他的可以集中落下；然而就像前面發生實驗一樣，當多個硬幣一起鉛直落下時，水的阻力會往硬幣中間擠，由於每個硬幣間是各自活動的，因此硬幣前端就會出現往兩側分開的現象，接著硬幣就是四散翻滾，最後掉入培養皿的個數也不多。

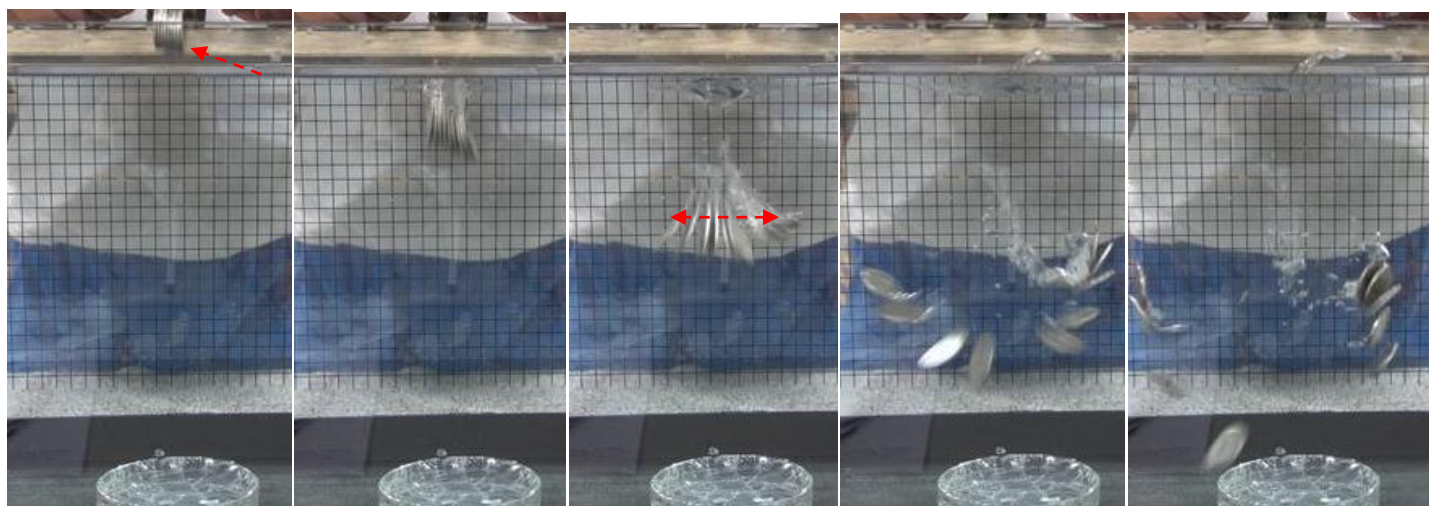


圖 89：將 PVC 盒靠在木板上倒出的軌跡圖

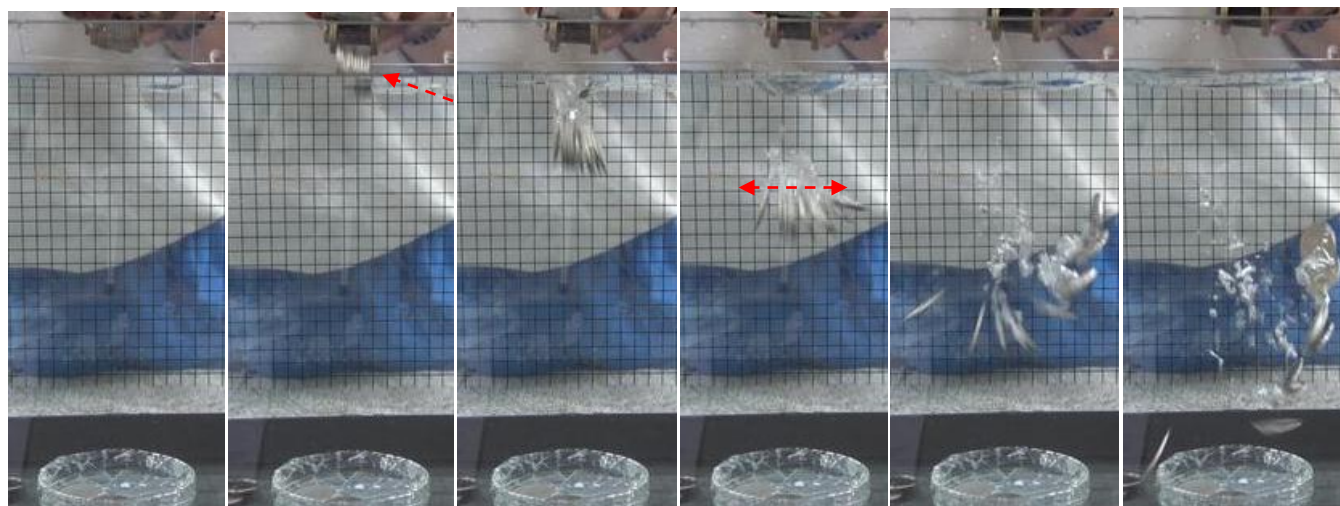


圖 90：用玻璃片抵住 PVC 盒的硬幣後，將玻璃片抽出的軌跡圖

而將硬幣盒靠在木板上倒出(圖 89)，或是用玻璃片抵住(圖 90)的這二組，由於有東西依靠，因此倒

的動作較為迅速，沒有發生硬幣延遲落下的狀況；但同時集中、鉛直的進到水中，又會產生前面分析的硬幣四散，也同樣很難掉進培養皿中。

	第一次	第二次	第三次	第四次	第五次	平均	標準差
夾住硬幣兩面	9	2	5	4	1	4.2	3.11
夾住硬幣邊緣	16	17	8	5	10	11.2	5.16
使用夾子夾取	3	3	2	3	3	2.8	1.48
PVC 管+手	4	5	4	4	6	4.6	0.89
PVC 管+玻片	4	6	4	4	6	4.8	1.1
PVC 管+木板	11	6	5	6	5	6.6	2.51

表 16：水深 25cm，不同方式 10 個硬幣一起鉛直釋放

從表 16 的資料來看，鉛直落下的平均值普遍都不好，唯一比較好的是指夾住硬幣邊緣這組，但這組卻是一個一個依序掉落下來的，這說明硬幣同時鉛直掉下來，反而是一個糟糕的選擇。

十四、練習的效益

遊戲中，來賓都是徒手單個硬幣投擲，而這種方式的成功率會不會受到練習量的影響呢？我們以水深 25cm 時，一回一枚硬幣，徒手、水平釋放為基準，經過 50 幾次的練習調整後，我們再重新進行實驗。

	第一次	第二次	第三次	第四次	第五次	平均	標準差
多次練習	19	19	20	19	18	19	0.71
鬆手釋放	10	9	8	8	7	8.4	1.14

表 17：鬆手釋放與多次練習釋放比較

我們發現，新的硬幣釋放時，手部的動作，會有小幅度提升，再往下釋放的動作，透過影像的軌跡我們可以發現，硬幣落水後角度比較能保持水平(圖 90)，因此落下的過程比較穩定，其平均值竟然可以達到 19，可見我們還是可以透過大量的練習，增加硬幣掉入培養皿的機率。

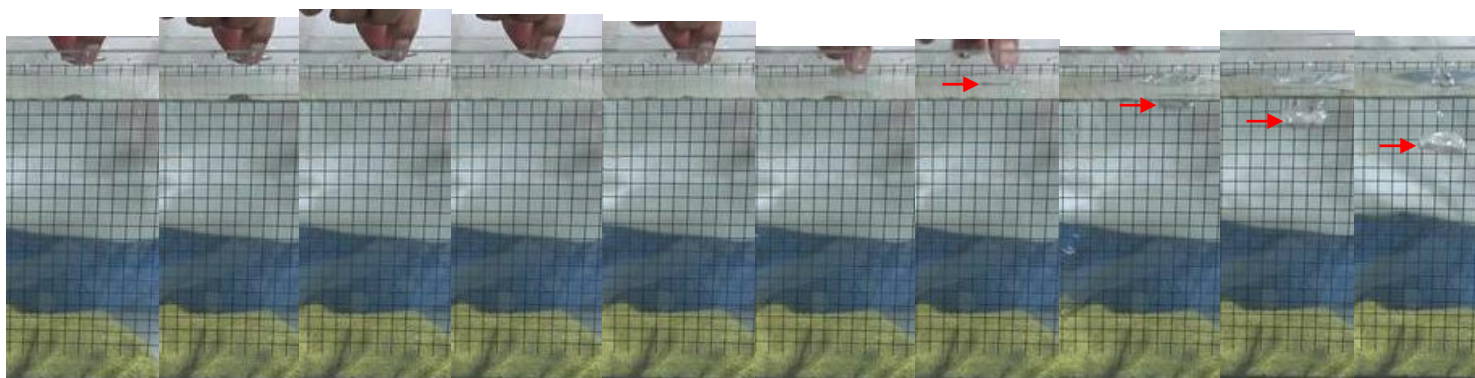


圖 91：多次練習後，硬幣釋放時的手部與入水軌跡圖

十五、不同硬幣的探討

在前面討論了各種不同的方式，希望能夠增加硬幣掉入培養皿的機率，但現實中的比賽應該拿出工具出來的。因此在這次的實驗我們設定一次只能丟一枚硬幣，而且只能徒手丟，在綜合前面的實驗結果，我們應該要用水平釋放的方式來丟。但在我們的生活中，有許多不同的硬幣，這些硬幣效果都是一樣的嗎？有沒有哪個硬幣的效果較佳？因此本次實驗，我們使用了目前市面上收集得到的 5 角、1 元、5 元、10 元、20 元、50 元硬幣來進行實驗。本實驗水深 25cm，一次一枚、徒手、水平釋放。

	第一次	第二次	第三次	第四次	第五次	平均	標準差
5 角	8	8	7	8	7	7.6	0.55
1 元	10	9	9	8	9	9.0	0.71
5 元	7	8	7	7	8	7.4	0.55
10 元	19	19	20	19	18	19.0	0.71
20 元	20	20	19	19	20	19.6	0.55
50 元	20	20	20	19	20	19.8	0.45

表 17：水深 25cm，一次一枚，徒手、水平釋放

由表 17 的資料發現，10 元、20 元、50 元的效果明顯的比其他三組好，而且這六組的標準差都還滿小的，代表實驗的穩定性很好，那為什麼這三組的效果會比較好呢？我們把這些硬幣的資料整理起來，再用統計的折線圖來看看，是不是可能找到相關的線索呢

	5 角	1 元	5 元	10 元	20 元	50 元	10 元/5 元的比率
重量(g)	2.94	3.71	4.35	7.39	8.26	9.99	1.7
外徑(cm)	1.82	1.97	2.2	2.6	2.69	2.8	1.18
厚度(cm)	0.155	0.17	0.15	0.19	0.2	0.24	1.27
重量/面積	1.13	1.22	1.14	1.39	1.45	1.62	1.22
重量/體積	7.29	7.16	7.63	7.33	7.27	6.76	0.96

表 18：水深 25cm，一次一枚，徒手、水平釋放

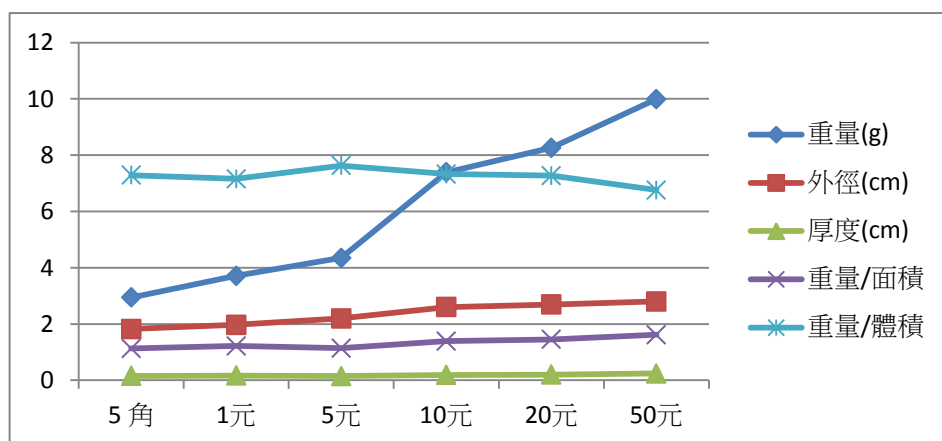


圖 92：各種硬幣參數的折線圖

從表 18 的資料來看，從 5 元到 10 元各項資料的差異，只有在重量這一項出現比較大幅度的上升，大約是前一項的 1.7 倍，其他的項目都相差不多。我們從統計的折線圖來看，在趨勢上也只有重量這個因素產生較大的改變(圖 92)。

十六、較厚的硬幣

如果我們將二枚硬幣用雙面膠黏在一起，來代表一種新的硬幣，這種硬幣比原先的來說，就是重量與厚度都是加倍的，但密度沒有改變，這種硬幣會對投擲的結果有影響嗎？是不是可以作為我們挑選硬幣的考慮因素呢？由於前面的實驗中，10 元硬幣水平釋放的成功率相當高，因此在本次的實驗中，我們增加 1 元硬幣作為實驗對象，並且增加鉛直釋放的實驗，來作為對照。

我們觀察 2 個硬幣黏在一起水平釋放的軌跡圖時，發現硬幣在落下的過程中並不會像二枚硬幣疊在一起落下那樣穩定，而會有翻滾的動作，只是因為重量變得比較重而偏移較少，最後全部都進到培養皿中(圖 93)。我們認為二枚硬幣疊在一起，下面的硬幣受力後，會產生上下晃動的現象，但上面的硬幣卻沒有受到什麼力而保持水平，這時下面硬幣要晃動時，會受到上面硬幣的抵住而無法晃動、翻轉，而持續的往下落，也承受大部分的阻力；上面的硬幣則因為阻力較小而繼續緊貼下面的硬幣，並抑制下面硬幣的晃動(圖 94)。相對地，而黏在一起的硬幣，因為是一個整體，所以受力後是整體要一起改變，因此就產生了翻滾的動作，增加了落下時的不穩定，只是因為整體較重，所以偏移較小。(圖 95)



圖 93：水平釋放 2 個黏在一起的硬幣，落下的軌跡圖

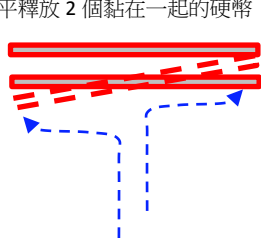


圖 94：堆疊的硬幣，因縫隙而抑制翻滾

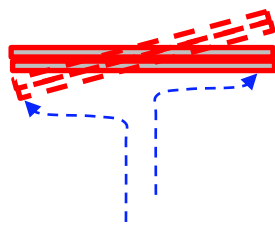


圖 94：黏住的硬幣，受力而一起翻滾



圖 96：鉛直釋放 2 個黏在一起的硬幣，落下的軌跡圖

而鉛直釋放的硬幣，仍然像一個硬幣鉛直釋放的情形一樣，落下後只要有角度偏移，就會立刻往兩旁快速滑去，只是因為重量的關係而偏移較少。

	第一次	第二次	第三次	第四次	第五次	平均	差異
10 元 2 枚水平	20	20	20	20	20	20	0
1 元 2 枚水平	18	20	19	18	19	18.8	0.84
10 元 1 枚水平	19	19	20	19	18	19.0	0.71
1 元 1 枚水平	10	9	9	8	9	9.0	0.71
10 元 2 枚鉛直	5	4	4	5	6	4.8	0.84
1 元 2 枚鉛直	7	7	8	7	9	7.6	0.89
10 元 1 枚鉛直	1	0	2	1	3	1.4	1.14

表 19：2 枚硬幣黏在一起，徒手釋放比較

從表 19 的 1 元硬幣的資料中，2 枚黏在一起水平釋放，的確讓平均值大幅提升。而鉛直釋放部分，也的確比一枚硬幣鉛直釋放來得有幫助，但效果還是比水平釋放來的差。比較特別的是 1 元硬幣鉛直釋放的平均值 7.6 竟然比 10 元硬幣的平均值 4.8 好，出乎我們的預料。

肆、研究結果與討論

- 一、在水中投擲硬幣，比空氣中不容易進的原因，是因為水的密度是空氣的 775 倍(標準狀況下，空氣密度是 1.29kg/m^3)，根據流體阻力的公式 $F = C \rho A v^2/2$ ，密度愈大，阻力就愈大，而硬幣在落下時只要角度不是完全鉛直或水平，硬幣都會在落下的過程中，產生漂移或翻轉的現象，而跑出培養皿。
- 二、在水深 17cm 時，水平、 30° 、 45° 、 60° 、鉛直等不同角度釋放硬幣，如果入水角度無法控制得很精準，鉛直釋放的硬幣受水阻力的影響最大，主要是其落下過程中的速度太大，加上左右面受力較大，因此容易產生左右快速的漂移(圖 97)。而水平釋放時，由於呈現比較水平的狀態，下面的部分受力較大而被抬升，而左右的力量因與硬幣面較平行，受力較小，因此硬幣會出現小幅度的左右擺盪，全數都能落入培養皿中。而其他角度在破水的瞬間，先碰到水的部分，因水的阻力而減低下落的速度，而往水平的角度修正(圖 98)，在水深只有 17cm 的情況下，硬幣漂移量還不是很大的情況下就到底了，因此平均值都還有 10 幾個。

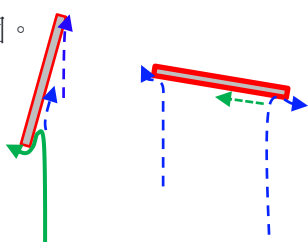


圖 97：接近水平與鉛直角度受力分析

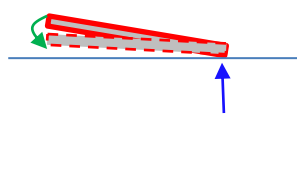


圖 98：破水時，有助於修正水平

- 三、在不同的高度水平落下，我們發現微沒入水中的效果最差，這應該與硬幣沒有得到破水的角度修正，以及我們很難在微沒入水的情況下，確保硬幣能正確水平放置的原因有關。而水面 16cm 水平釋放得到的平均值最高，這與入水時的修正力道較大有關。
- 四、在水深 17cm 鉛直釋放的修正上，我們發現使用抽屜滑軌的效果並不好，主要的原因是滑軌的密合度較差，而且所使用的鐵板較軟；相對地，使用長方形鋼管的穩定性就好很多。而按壓硬幣的位置與力道也會影響硬幣落下時的穩定性，我們發現用二指輕輕的平壓硬幣的上下端，然後緩慢的釋放硬幣時，得到的效果最好。
- 五、當水深增加為 25cm 時，硬幣進入培養皿的機會就會大幅減少，尤其是鉛直釋放影響最大。這代表在水深 17cm 時，不穩定的晃動都因為水深不夠而沒有顯示出來；當水深增加為 25cm 時，由於落下的距離變長，硬幣落下的速度也變大，加上硬幣在前段下降時所造成的晃動，更加大了最後漂移的幅度。因此水深愈深，硬幣進入培養皿的機率就愈低。
- 六、在水深 25cm，使用長方形鋼管來進行釋放，所們發現硬幣進入培養皿的平均可以上升到 18，這顯示如果我們比較能把硬幣入水的角度控制在鉛直，因此硬幣進培養皿的機率也比較大。
- 七、我們製作器材，想讓硬幣入水的角度穩定。利用燒瓶夾，我們發現可以夾取的角度在 20° 以內，不符合我們的需求；使用通道式角度固定器，卻發生硬幣在出通道的瞬間，偏移角度被放大的問題(圖 99)，我們發現很難做到通道與硬幣十分密合，但卻可以讓硬幣順暢的滑下去的固定器，除非我們等水面完全平靜之後，在進行下一個硬幣投擲。另外，使用通道式角度固定器時， 45° 時硬幣落下的軌跡，部分會往前漂移、部分往後漂移，有得甚至完全沒有翻滾直接滑向魚缸側壁，由於軌跡的變化較大，因此其平均值是最低的。

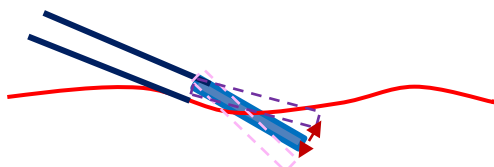


圖 99：通道末端，角度偏移量被放大

而水平釋放的部分，是使用 L 型角鐵作為依靠，但手指的動作很難同時釋放，當一邊的手指慢一些離開時，那側的硬幣就會比較晚落下，造成硬幣偏離水平，實驗的效果也不佳。

八、在沒有限制一次投幾個硬幣的情況下，我們發現一次 2 個、4 個、10 個、20 個硬幣水平落下，得到的效果都很好，幾乎全部都進，但有少數會進入培養皿後又彈出來。我們認為多個硬幣一起水平釋放時，前面的硬幣遇到水的阻力影響，速度變慢，而要上下擺動時，卻被上面沒遇到多少阻力的硬幣趕上，抵著而無法晃動，因此硬幣會比較平穩的落下(圖 100)。

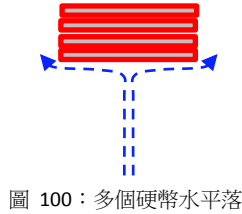


圖 100：多個硬幣水平落

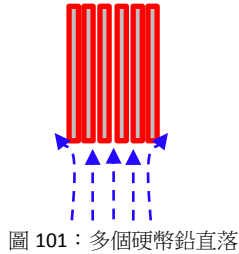


圖 101：多個硬幣鉛直落

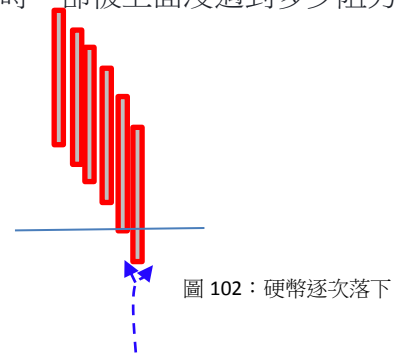


圖 102：硬幣逐次落下

九、多個硬幣鉛直釋放時，如果硬幣同時落下時，由於受到水的阻力，而硬幣彼此沒有綁在一起，因此落水一段距離後，硬幣下緣就會往兩旁分散；接著因為角度的偏斜，硬幣會開始大幅地翻轉、漂移，因此落入培養皿的數量就很少(圖 101)。但用手指夾住硬幣邊緣釋放的方式，我們發現硬幣間會以些微差距逐次落入水中(圖 102)，先落入水中的硬幣速度降低，但後入水的硬幣抵著，讓它無法偏轉，速度逐步的趕上，最後這些硬幣是以較密集但不是很集中的方式下沉水中，落入培養皿的個數較多。我們發現多個硬幣鉛直落下與水平落下不同，水平落下硬幣如果較集中，硬幣落下時比較不會飄移；而鉛直落下硬幣如果較集中，硬幣便會在入水後不久往兩側分散，最後進入培養皿的數量反而較少。

十、透過練習，可以將硬幣以比較水平的角度投入水中，此時硬幣落下會比較穩定，可以得到較好的平均值，證明練習對於此遊戲是有幫助的。

十一、將 2 枚硬幣與雙面膠黏在一起，當成一個較重、較厚的新硬幣。在水平釋放時，會比 2 枚硬幣疊在一起水平釋放的還不穩定，多了一些翻滾的動作，但因為重量較重，所以偏移量較少，掉入培養皿的機率還是很高。以 1 元硬幣來說，平均值就從 9 上升到 18.8。如果是鉛直釋放，其軌跡會像 1 枚硬幣鉛直釋放的軌跡，但由於硬幣側面受力面積相同，但重量變成二倍，所以硬幣的偏移量較小，雖然大部分還是掉到培養皿外，但平均值還是有提升。像 10 元的平均值就從 1.4 上升到 4.8。證明較厚、較重的硬幣，掉入培養皿的機會會比較大。

伍、結論

在這次的實驗中，我們發現硬幣要掉入培養皿中，跟水的深度、下方容器的大小、入水角度、多枚投擲、硬幣種類有關。水深愈深，則硬幣掉落的速度大，相對地來說硬幣受到水的阻力愈大，產生硬幣的偏移量愈大，愈不容易掉入培養皿中。下方容器愈大，可接受硬幣的偏移量愈多，掉入的機率就愈多。入水角度的部分，水平落下相對較穩定，些微角度的誤差響不大；鉛直落下對落下的角度很敏感，角度偏差一些，到後來因為速度與受力面積的影響，硬幣會產生很大的偏移。因此我們想要讓硬幣投入培養皿中，就要想辦法讓硬幣能精確的以鉛直或是水平的角度落下。

如果可以使用器材，而且一次只能投一枚硬幣，我們建議使用校正鉛直後的長方形鋼管，用二指抵著硬幣上下緣輕輕的抵著鋼管，然後輕緩的釋放，避免硬幣隨著手指的動作產生偏斜。如果不能使用器材，我們建議多枚硬幣重疊，水平落下的效果較好，建議是 4 枚比較穩定，一次太多枚硬幣可能會出現硬幣落在同一處而彈出。

如果不能使用器材，一次也僅能投一枚，則建議透過多次的練習，使硬幣落水時盡量水平得到的效果最佳。最後，如果要選擇硬幣，建議以較重、較厚的硬幣，而市面上的硬幣，則建議以新台幣 10 元、20 元、50 元硬幣，可以得到較好的效果。

參考文獻

1. 維基百科關於阻力的內容，檢自 <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E9%98%BB%E5%8A%9B> 。
2. 維基百科關於空氣的內容，檢自 <https://zh.wikipedia.org/wiki/%E7%A9%BA%E6%B0%94> 。
3. 自動販賣機內部構造大公開，檢自 <https://www.bomb01.com/article/25352> 。
4. 利用水的浮力與阻力做自由落體實驗，檢自 http://science.cyc.edu.tw/upfile/science102/work_files/12549285850556.pdf
5. 武居昌宏原著，謝仲其翻譯(民 101 年)。世界第一簡單流體力學。世茂。6.