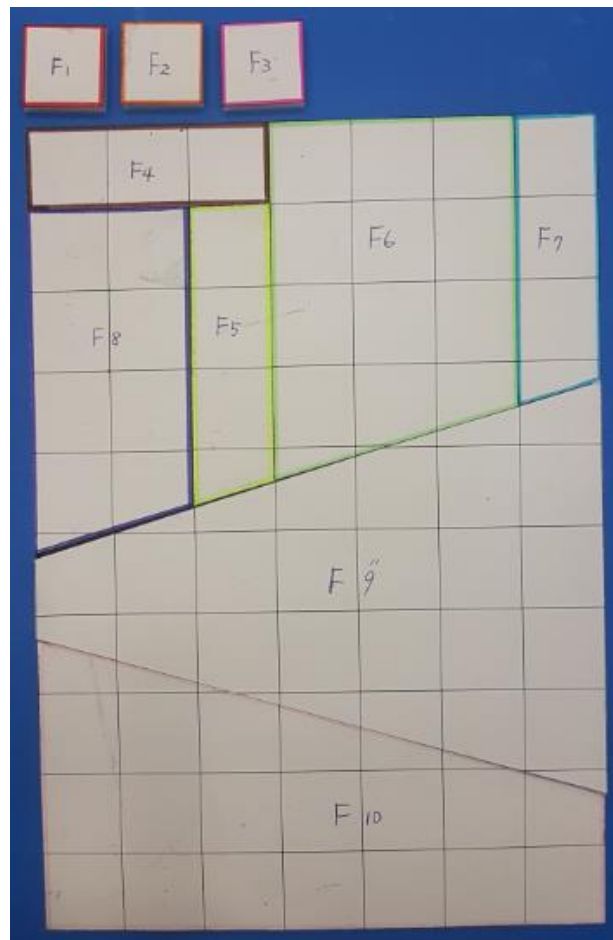


嘉義市第 38 屆中小學科學展覽會 作品說明書

科 別：數學科

組 別：國小組

作品名稱：破解魔術巧克力憑空多 3 塊面積不減之謎探究



關 鍵 詞：面積、體積、對稱與翻轉圖形

編 號：

破解魔術巧克力憑空多 3 塊面積不減之謎探究

摘要

實際操作切割移動結果發現 F 模式、SS 模式、S9TMP 模式與 S9USBM 模式結果是相同，雖然看似多出 3 塊方格，但實際上整體面積是少了 $3/7$ 格的高度；而 S9TMP 模式在表面積不減的情形下，看似憑空多出 3 塊方格，但水平銜接線並沒有完全對準；最後發展 S9USBM 模式下，不僅移動後可在表面積不減的情形下多出 3 塊方格，而且水平銜接線也能完全對準如圖 10-12。探究後可以知道表象上多出的 3 塊方格體積是剛好等於在 S9USBM 模式表面下方少的兩道直角三角柱空隙的體積。

壹、研究動機：

有一天，我在網路上看到一則轉傳的影片，令我覺得很不可思議，因為影片上只是變換了巧克力的排列組合就憑空多了三塊。有人說是因為剪接的關係，也有人說每次移動都會少 0.5 公分，眾說紛紜，但是我確信憑空多出三塊巧克力是絕對不可能的，但是從影片前後又發現不到破綻，因此引起我的好奇心。為什麼會這樣呢？想到在五上數學(康軒版)第八冊學到第七單元「面積」與五下數學(康軒版)第九冊第一單元「體積」、第五單元「線對稱圖形」，所以想著以此為基礎，並尋找有興趣的同學，藉此次的科展來深入探討破解魔術巧克力憑空多 3 塊面積不減之謎的疑問。

貳、研究目的：

- 一、探討 7X10 魔術巧克力的平面模式(F 模式)切割移動的問題。
- 二、探討 7X10 魔術巧克力的立體模式(S 模式)切割移動的問題。
- 三、探討 7X10 魔術巧克力憑空多 3 塊面積不減且格線準確對上之謎的關鍵因素。

參、研究設備與器材

自製 7X10 魔術巧克力平面方格(F 模式)、自製 7X10 魔術巧克力切割線之立面垂直切立體方格(SS 模式)、自製 7X10 魔術巧克力中 F9 雙斜邊之立面斜切立體方格(S9TM 模式)、自製 7X10 魔術巧克力中 F9 上斜邊之立面垂直切下斜邊之立面斜切立體方格(S9USBM 模式)、紙、筆、尺、美工刀、珍珠板、電腦。

肆、研究過程方法與結果


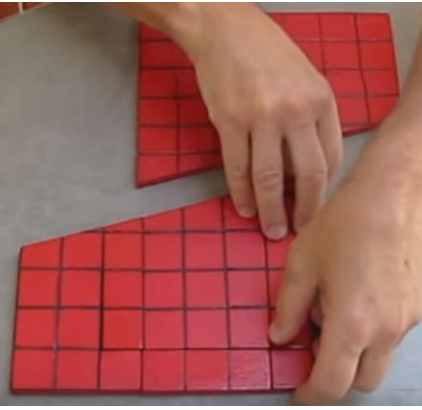

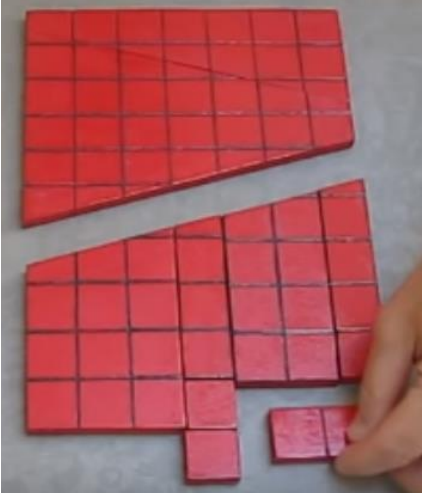
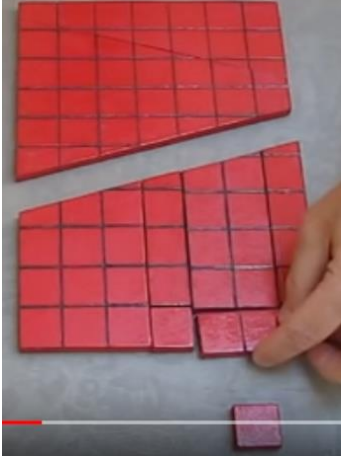
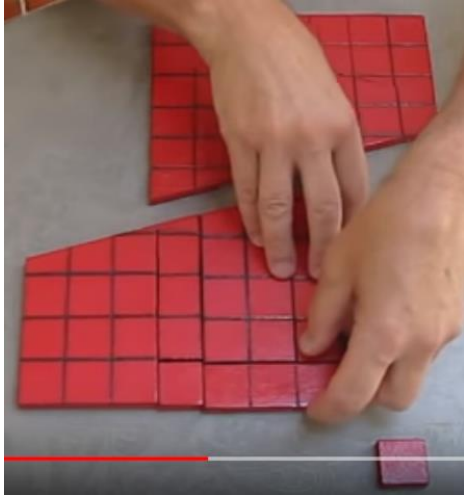
一、網路上相關魔術巧克力之影片分析

(一)4x6 塊巧克力影片剪輯(<https://www.youtube.com/watch?v=Y13tSEyOqGs>)

	
4x6 塊巧克力分割圖	取下一塊巧克力
	
移動交換分割的兩塊巧克力	看似 4x6 塊巧克力多出一塊巧克力為 25 塊

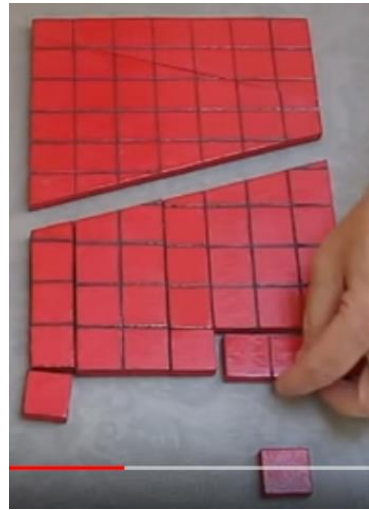
(二)7x9 塊巧克力影片剪輯(<https://www.youtube.com/watch?v=OCNCUmSC5ts>)

以下剪輯是以影面操作者方向進行描述紀錄：

	
<p>7x9 塊巧克力加上嵌合外框</p>	<p>上部分割塊沿斜切割線向右方移動 3 欄位</p>
	
<p>上部凸出的 3 欄位移回左下</p>	<p>再將 3 連塊移到左邊補上</p>
	
<p>7x9 塊巧克力多出 1 塊</p>	<p>再重複動作，將上部分割塊沿斜切割線向右方移動 3 欄位</p>



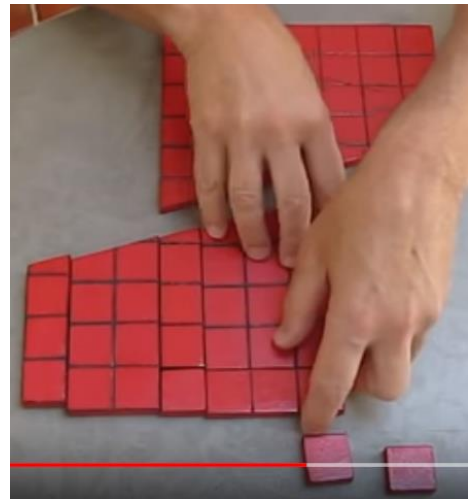
再將上部凸出的 3 欄位移回左下



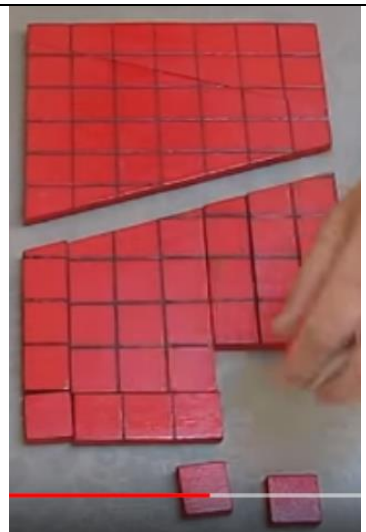
再將 3 連塊移到左邊補上



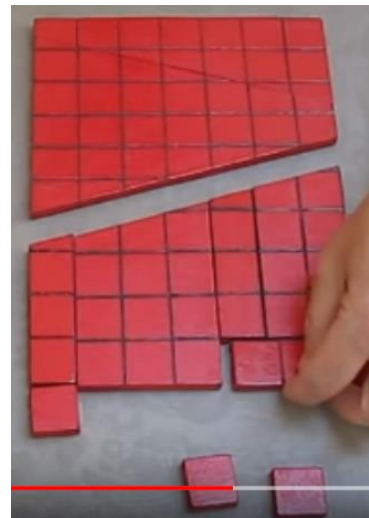
7x9 塊巧克力多出 2 塊





再次重複動作，將上部分割塊沿斜切割線向右方移動 3 欄位



再將上部凸出的 3 欄位移回左下



再次將 3 連塊移到左邊補上

	
<p>7x9 塊巧克力多出 3 塊</p>	<p>7x9 塊巧克力放回嵌合外框並憑空多出 3 塊</p>

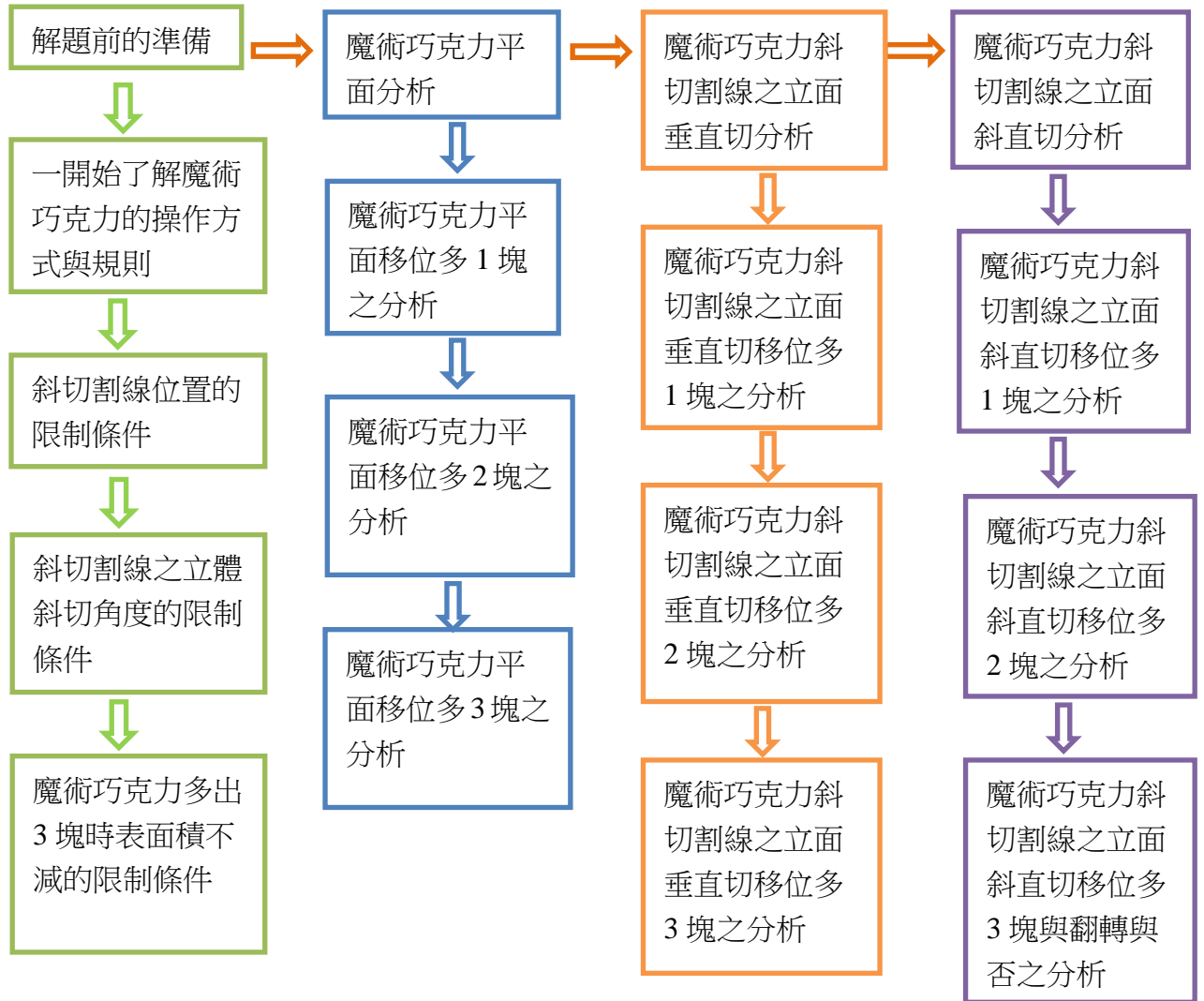
(三)提出問題

- 1.表面積真的沒有減少嗎？
- 2.體積真的憑空增加了 3 個方格塊嗎？
- 3.斜切的角度會影響移動的結果嗎？

二、文獻探討

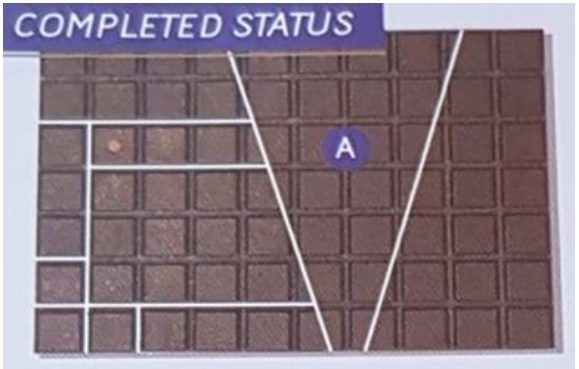
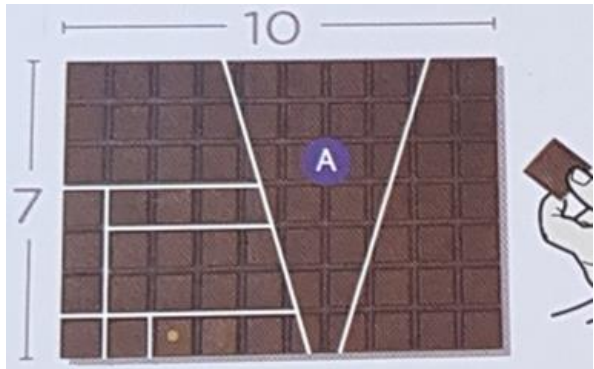
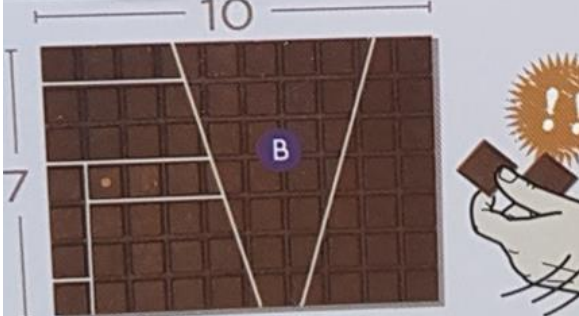
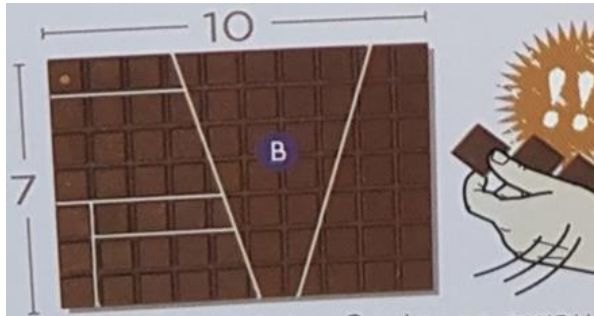

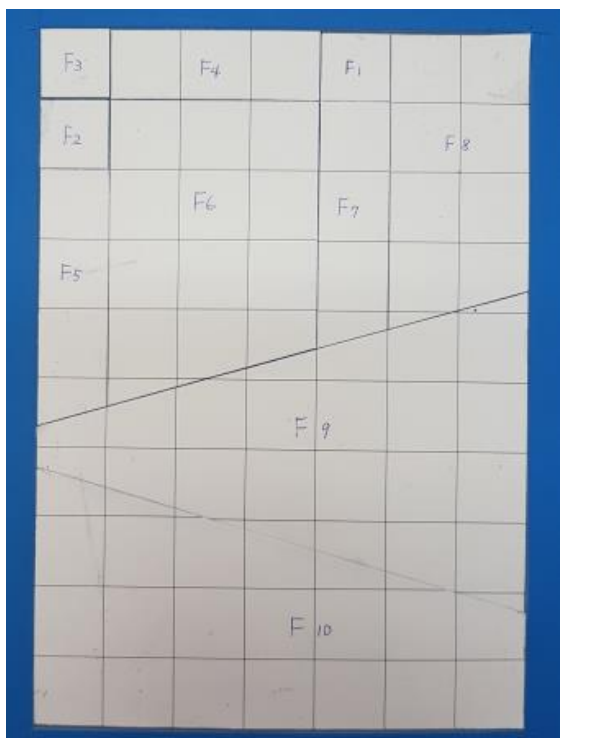
題目	內容	出處
1. 拼成長方形---五連塊探秘	對五連塊的規律進行探討，再透過「座標數值法」進行計算	中華民國第 56 屆中小學科學展覽會國小組數學科

三、研究架構圖



四、購買一組 7X10 魔術巧克力分析

7X10 魔術巧克力的基本介紹

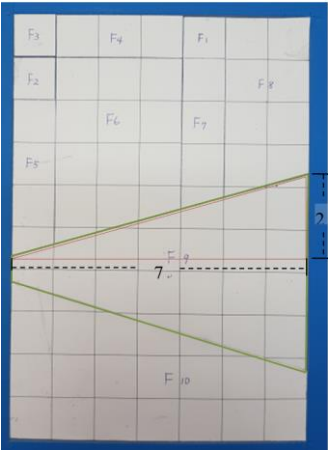
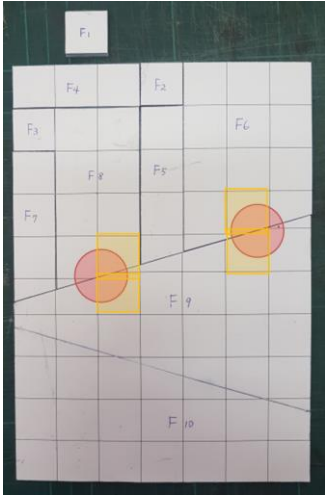
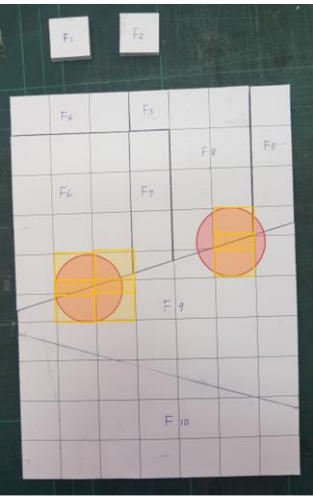
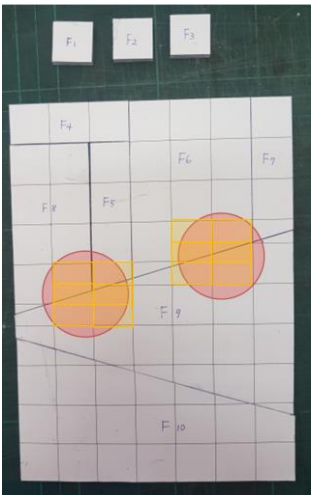
	
<p>7X10 魔術巧克力一開始前切割圖</p>	<p>7X10 魔術巧克力切割移動位置後多 1 塊</p>
	
<p>7X10 魔術巧克力切割移動位置後多 2 塊</p>	<p>7X10 魔術巧克力切割移動位置後多 3 塊</p>
	
<p>圖 1、購買的 7X10 魔術巧克力</p>	<p>圖 2、自製 7X10 魔術巧克力切割圖</p>

五、自製一組平面 7X10 魔術巧克力(F 模式)分析

為了容易解釋每一分割塊的區別，所將每一分割區塊分別標上代號如下。

備註：平面的英文是 Flat，所以第一個代號取 F，再將十個分割塊加上數字 1-10。

自製 F 模式移動後多出 1 至 3 塊的實際情形紀錄如下

 <p>圖 2-0</p>	 <p>圖 2-1、F 模式切割移動位置後多 1 塊</p>
<p>發現：F9 如圖 2-0 綠色框線是對稱梯形，上斜邊(UM)斜率比 2：7，垂直方向高度差 2 格距離，水平方向長度 7 格距離。</p>	<p>發現：兩個圓紅色區(2、3 欄與 6、7 欄)內水平線沒有準確對上；有 4 個黃色方塊沒有完整的邊界線。</p>
 <p>圖 2-2、F 模式切割移動位置後多 2 塊</p>	 <p>圖 2-3、F 模式切割移動位置後多 3 塊</p>
<p>發現：兩個圓紅色區內水平線明顯沒有準確對上，有 6 個黃色方塊沒有完整的邊界線</p>	<p>發現：兩個圓紅色區內水平線明顯沒有準確對上，有 8 個黃色方塊沒有完整的邊界線</p>
<p>小結：隨著多出的方格數越多，對不上的水平線範圍愈大，不完整的方塊數越多；F1-F10 的邊界不明顯，不容易一眼做出區分。</p>	

六、自製 7X10 魔術巧克力的實務操作分析

(一) 修改自製 7X10 格魔術巧克力平面方格(F 模式)

如圖 2 為自製 7X10 格魔術巧克力平面方格分割圖，為了更明確區分出魔術巧克力的切割邊界，所以將不同的切割塊邊界塗上顏色與編碼如下圖 3，以利後續的說明。而為了能清楚看出差異與切割操作，所以自製的平面方格為邊長為 2cm 的正方形方格。

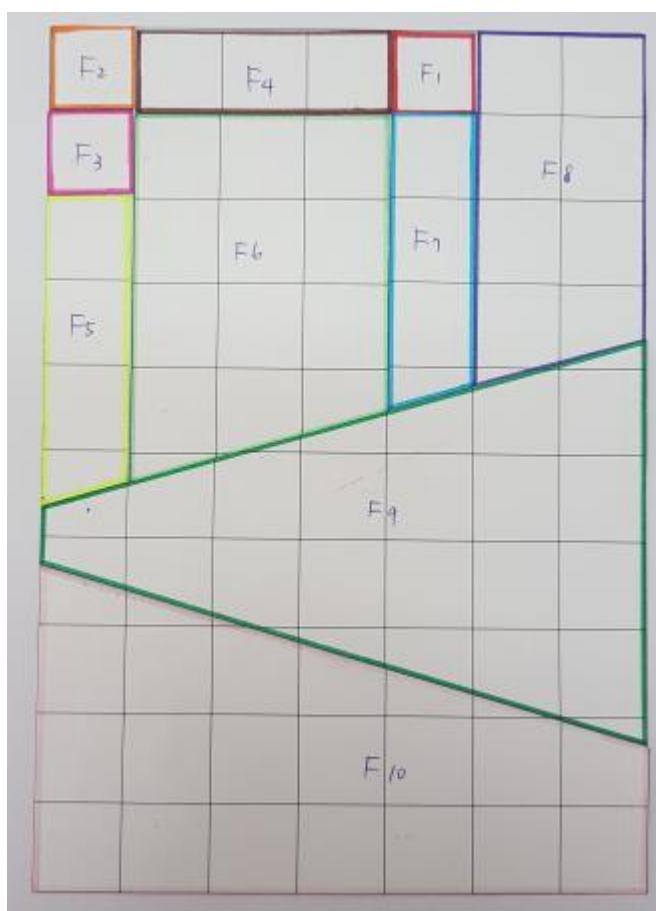
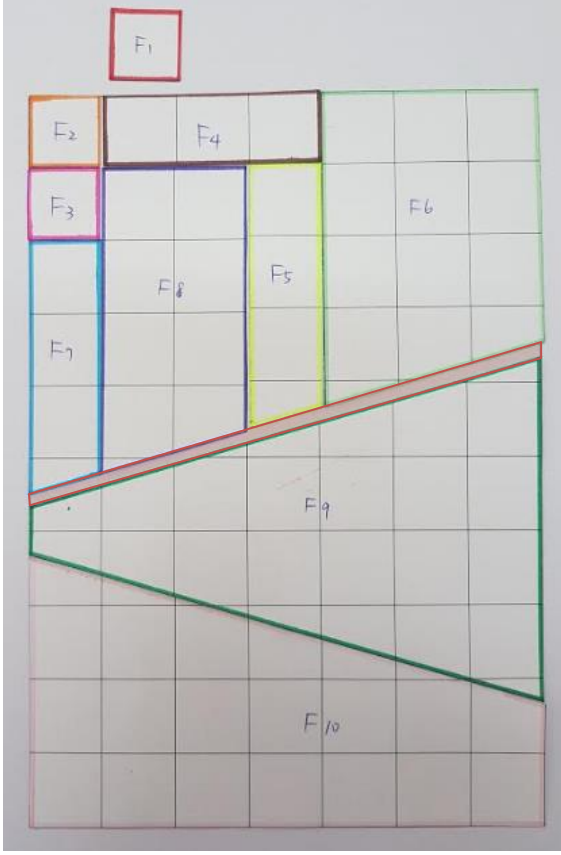
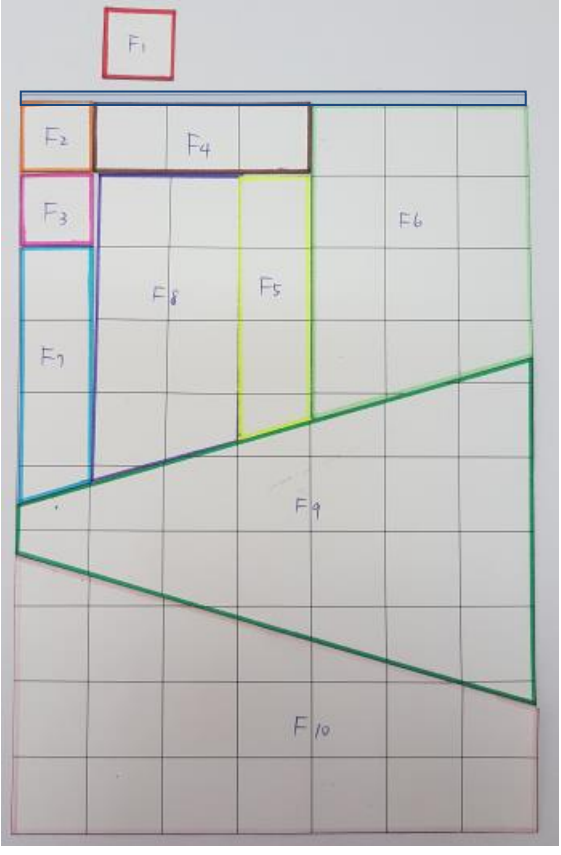


圖 3、7X10 格的自製平面魔術巧克力分割圖(F 模式)

1. F 模式切割移動位置後多 1 塊

 <p style="text-align: center;">圖 3-1U</p>	 <p style="text-align: center;">圖 3-1D</p>
<p>F 模式切割移動位置後多 1 塊後對齊邊界</p>	<p>F 模式切割移動位置後多 1 塊後緊貼 F9</p>

小結：中間出現一小縫隙，如上左圖紅色平行四邊形框；若緊貼 F9 無縫隙，則會與原來框線形成如上右圖藍色長方形框的差距，兩者的縱邊長為 $1/7$ 正方格高(約 0.29 公分)，2、3 與 6、7 欄與 F9 的邊界相鄰的水平線橫線無法水平對準。

計算說明：上圖 3-1U 的紅色平行四邊形面積等於圖 3-1D 藍色長方形面積等於多出的 1 個方格的面積

圖 3-1U 的紅色平行四邊形面積	圖 3-1D 藍色長方形面積	1 個方格的面積
$1/7 \times 2 \times 7 \times 2 = 1 \times 2 \times 2$ $= 4(\text{cm}^2)$	$1/7 \times 2 \times 7 \times 2 = 1 \times 2 \times 2$ $= 4(\text{cm}^2)$	$1 \times 2 \times 2 = 1 \times 2^2$ $= 4(\text{cm}^2)$

2 F 模式切割移動位置後多 2 塊

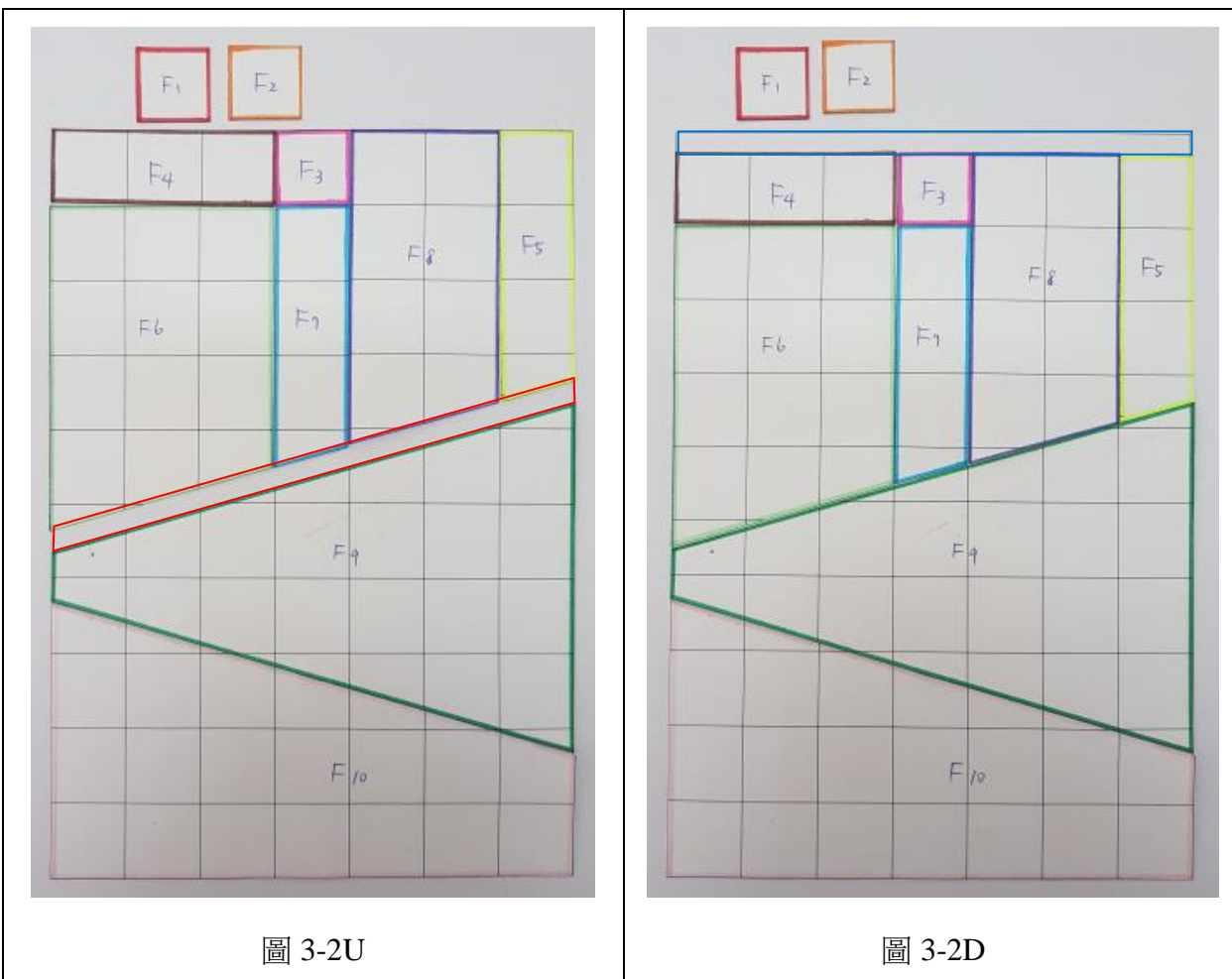


圖 3-2U

圖 3-2D

F 模式切割移動位置後多 2 塊後對齊邊界

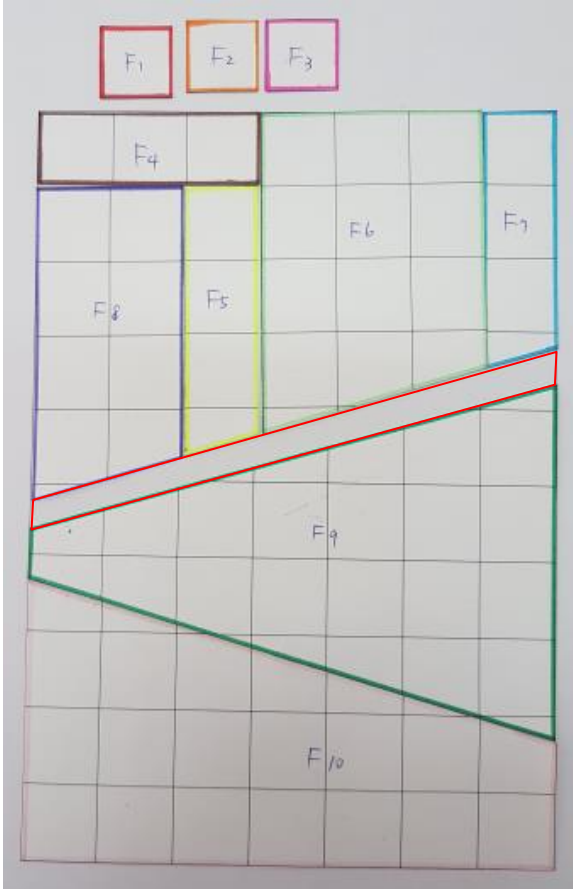
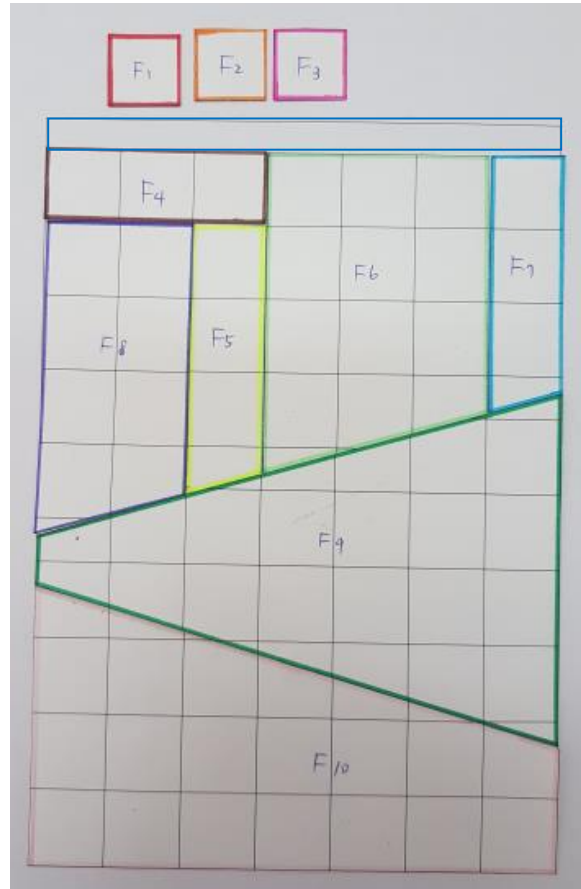
F 模式切割移動位置後多 2 塊後緊貼 F9

小結：中間出現一縫隙，如上左圖紅色平行四邊形框，若緊貼 F9，如上右圖藍色長方形框，兩者的縱邊長為 $2/7$ 正方格高(約 0.57 公分)，2、3 與 5、6、7 欄與 F9 的邊界水平線橫線無法水平對準。

計算說明：上圖 3-2U 的紅色平行四邊形面積等於圖 3-2D 藍色長方形面積等於多出的 2 個方格的面積

圖 3-2U 的紅色平行四邊形面積	圖 3-2D 藍色長方形面積	2 個方格的面積
$2/7 \times 2 \times 7 \times 2 = 2 \times 2 \times 2$	$2/7 \times 2 \times 7 \times 2 = 2 \times 2 \times 2$	$2 \times 2 \times 2 = 2 \times 2^2$
$= 8(\text{cm}^2)$	$= 8(\text{cm}^2)$	$= 8(\text{cm}^2)$

3. F 模式切割移動位置後多 3 塊

 <p style="text-align: center;">圖 3-3U</p>	 <p style="text-align: center;">圖 3-3D</p>
<p>F 模式切割移動位置後多 3 塊後對齊邊界</p>	<p>F 模式切割移動位置後多 3 塊後緊貼 F9</p>

小結：中間出現一縫隙，如上左圖紅色平行四邊形框，若緊貼 F9，如上右圖藍色長方形框，兩者的縱邊長為 $\frac{3}{7}$ 正方格高(約 0.86 公分)，1、2、3 與 5、6、7 欄與 F9 的邊界水平線橫線明顯無法水平對準。

計算說明：上圖 3-3U 的紅色平行四邊形面積等於圖 3-3D 藍色長方形面積等於多出的 3 個方格的面積

圖 3-3U 的紅色平行四邊形面積	圖 3-3D 藍色長方形面積	3 個方格的面積
$\frac{3}{7} \times 2 \times 7 \times 2 = 3 \times 2 \times 2$ $= 12(\text{cm}^2)$	$\frac{3}{7} \times 2 \times 7 \times 2 = 3 \times 2 \times 2$ $= 12(\text{cm}^2)$	$3 \times 2 \times 2 = 3 \times 2^2$ $= 12(\text{cm}^2)$

(二) 自製 7X10 格魔術巧克力斜切割線之立面垂直切方格(SS 模式)分析

如下圖 4 為自製 7X10 格魔術巧克力斜切割線之立面垂直切方格分割圖。平面方格亦為邊長為 2cm 的正方形，厚度為 0.3cm。

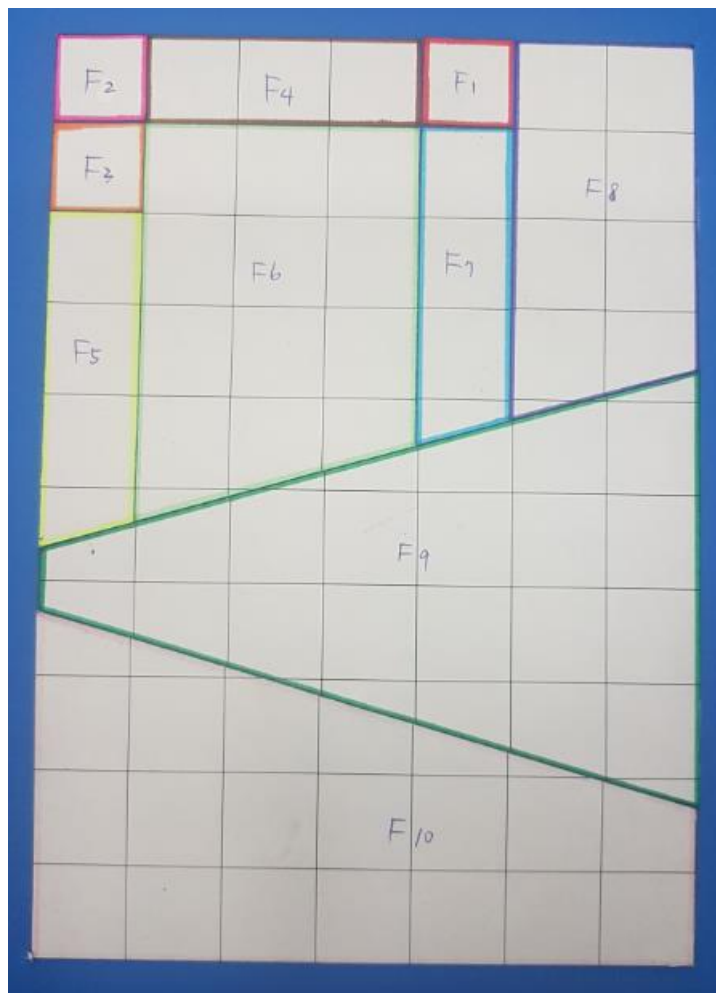


圖 4、7X10 格魔術巧克力斜切割線之立面垂直切方格分割圖

因 SS 模式與 F 模式結果相同，故將以下過程結果省略。

(三) 自製 7X10 格魔術巧克力斜切割線之立面斜切對稱方格分析

1、7X10 格魔術巧克力中 F9 雙斜切割線之立面斜切方格分割分析(S9TMP 模式) (此模式 F9 未翻轉)

如下圖 5 為自製 7X10 格魔術巧克力中 F9 雙斜切割線之立面斜切方格分割圖。平面方格亦為邊長為 2cm 的正方形，厚度為 0.3cm，斜切重疊約 0.43cm。

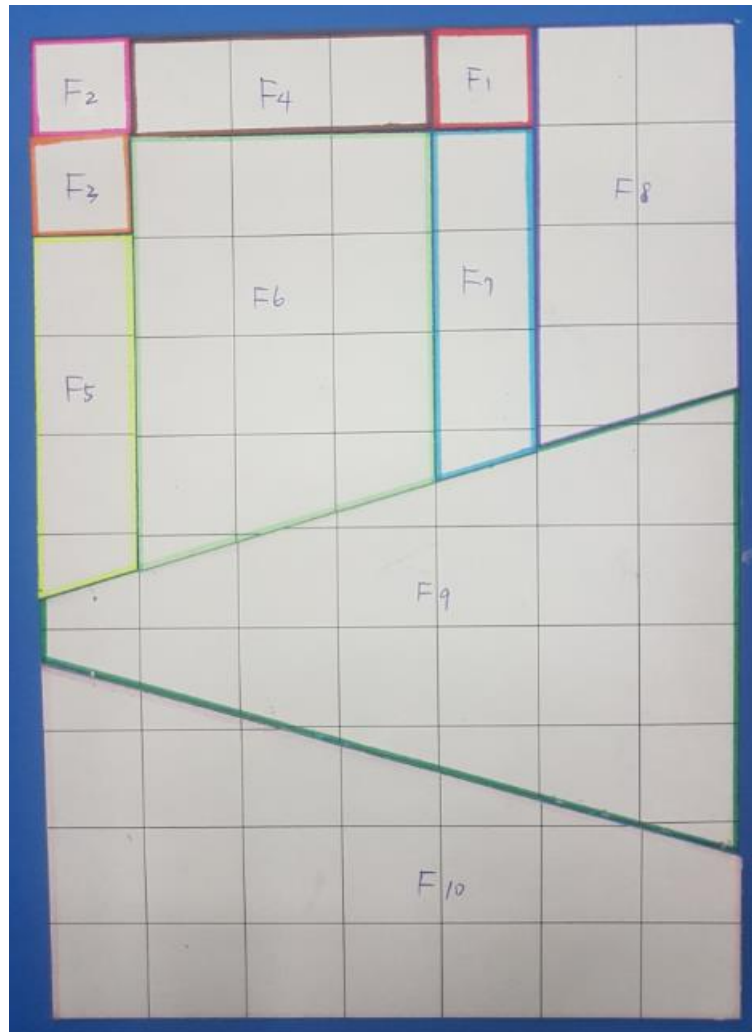


圖 5、7X10 格魔術巧克力中 F9 雙斜切割線之立面斜切方格分割圖

1. S9TMP 模式分割移動位置後多 1 塊

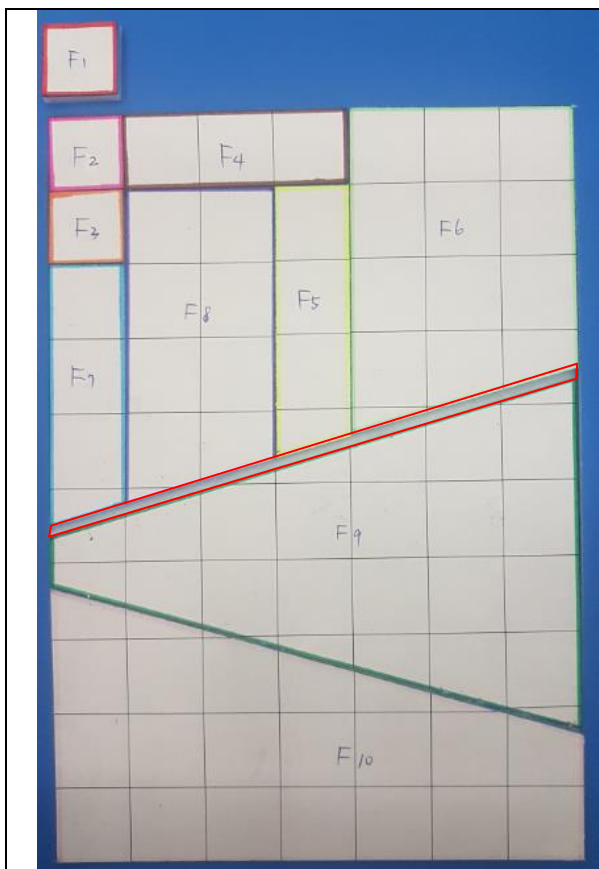


圖 5-1U

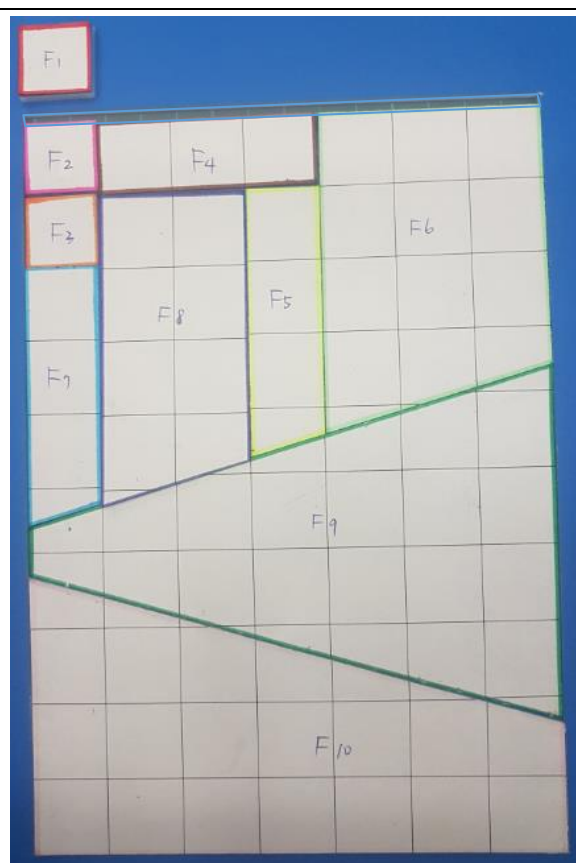


圖 5-1D

S9TMP 模式切割移動位置後多 1 塊後對齊邊界

S9TMP 模式切割移動位置後多 1 塊後緊貼 F9

小結：從圖 5-1U 可以發現中間出現一小縫隙，可以看到斜切的部分，垂直投影高度為與圖 5-1D 中不足的高度同為 $1/7$ 正方格高(約 0.29 公分)，且 2、3 與 6、7 欄與 F9 上斜邊的邊界無法水平對準。

計算說明：上圖 5-1U 的紅色平行四邊形面積等於圖 5-1D 藍色長方形面積等於多出的 3 個方格的面積

圖 5-1U 的紅色平行四邊形面積	圖 5-1D 藍色長方形面積	1 個方格的面積
$1/7 \times 2 \times 7 \times 2 = 1 \times 2 \times 2$ $= 4(\text{cm}^2)$	$1/7 \times 2 \times 7 \times 2 = 1 \times 2 \times 2$ $= 4(\text{cm}^2)$	$1 \times 2 \times 2 = 1 \times 2^2$ $= 4(\text{cm}^2)$

2. S9TMP 模式分割移動位置後多 2 塊

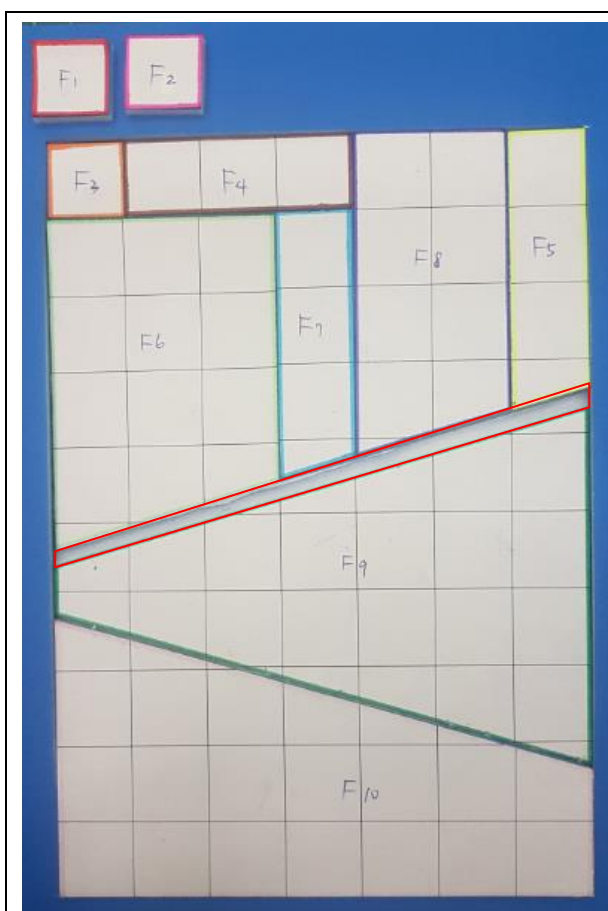


圖 5-2U

S9TMP 模式切割移動位置後多 2 塊後對齊邊界

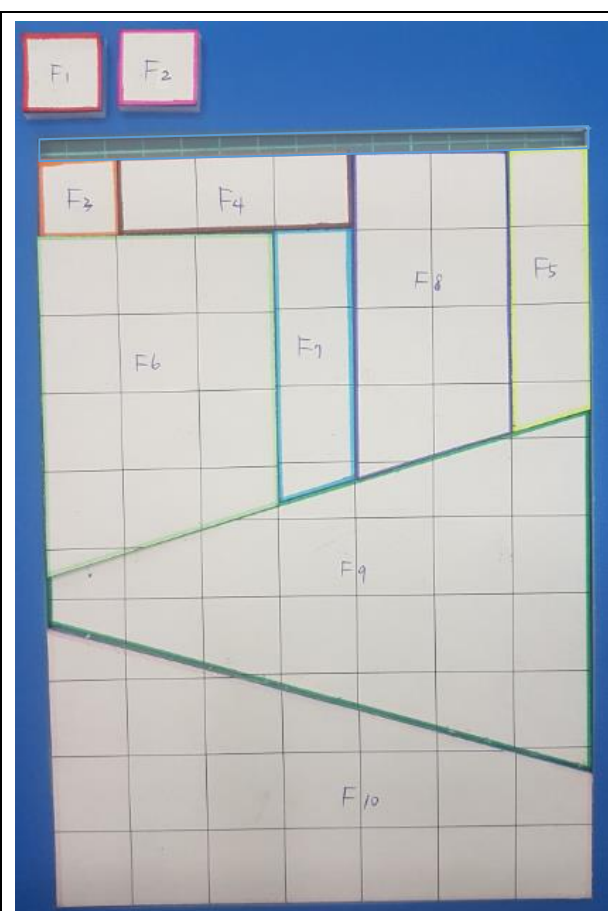


圖 5-2D

S9TMP 模式切割移動位置後多 2 塊後緊貼 F9

小結：從圖 5-2U 中間出現一縫隙比圖 5-1U 大 1 倍，可以看到全部的斜切部分，若垂直投影會出現一小縫(為 1/14 格高)隙無法連接上；圖 5-2D 中不足的高度同為 2/7 正方格高(約 0.57 公分)，且 2、3 與 5、6、7 欄與 F9 上斜邊的邊界無法水平對準。

計算說明：上圖 3-2U 的紅色平行四邊形面積等於圖 3-2D 藍色長方形面積等於多出的 2 個方格的面積

圖 5-2U 的紅色平行四邊形面積	圖 5-2D 藍色長方形面積	2 個方格的面積
$2/7 \times 2 \times 7 \times 2 = 2 \times 2 \times 2$	$2/7 \times 2 \times 7 \times 2 = 2 \times 2 \times 2$	$2 \times 2 \times 2 = 2 \times 2^2$
$= 8(\text{cm}^2)$	$= 8(\text{cm}^2)$	$= 8(\text{cm}^2)$

垂直投影會出現一縫隙(為 1/14 格高)隙無法連接上面積：

$$1/14 \times 2 \times 7 \times 2 = 1/7 \times 7 \times 2 = 1 \times 2 = 2(\text{cm}^2)$$

3. S9TMP 模式分割移動位置後多 3 塊

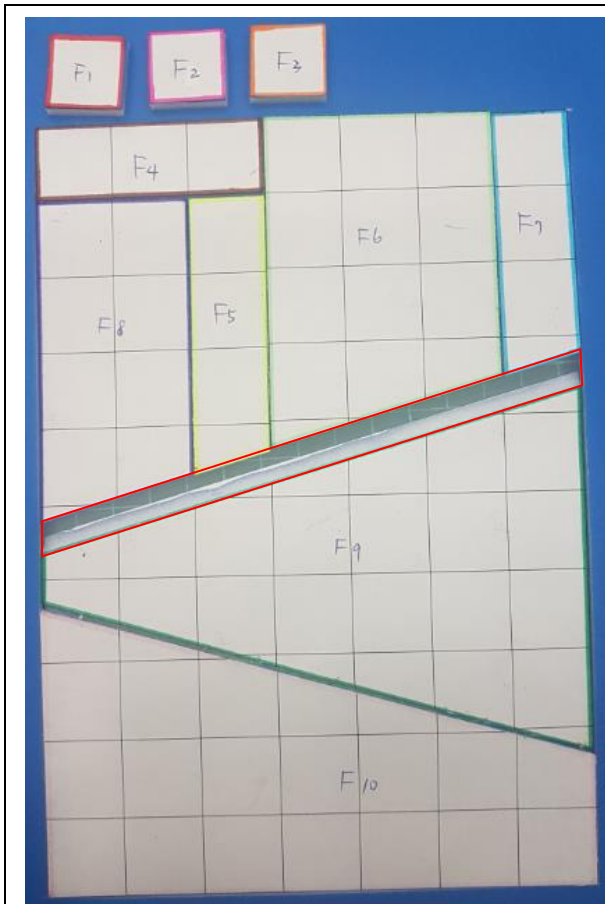


圖 5-3U

S9TMP 模式切割移動位置後多 3 塊後對齊邊界

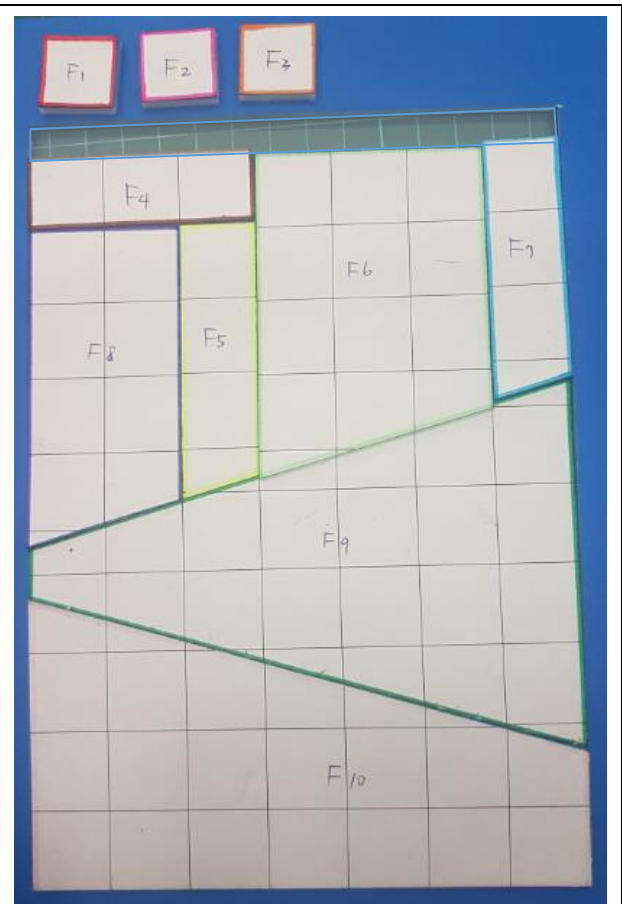


圖 5-3D

S9TMP 模式切割移動位置後多 3 塊後緊貼 F9

小結：從圖 5-3U 中間出現的縫隙比圖 5-1U 大 3 倍，可以看到全部的斜切部分，若垂直投影會出現一縫隙(為 3/14 格高)無法連接上；圖 5-3D 中不足的高度同為 3/7 正方格高(約 0.86 公分)，1、2、3 與 5、6、7 欄與 F9 的邊界無法水平對準。

計算說明：上圖 5-3U 的紅色平行四邊形面積等於圖 5-3D 藍色長方形面積等於多出的 3 個方格的面積

圖 5-3U 的紅色平行四邊形面積	圖 5-3D 藍色長方形面積	3 個方格的面積
$3/7 \times 2 \times 7 \times 2 = 3 \times 2 \times 2$	$3/7 \times 2 \times 7 \times 2 = 3 \times 2 \times 2$	$3 \times 2 \times 2 = 3 \times 2^2$
$= 12(\text{cm}^2)$	$= 12(\text{cm}^2)$	$= 12(\text{cm}^2)$

垂直投影會出現一縫隙(為 3/14 格高)無法連接上面積：

$$3/14 \times 2 \times 7 \times 2 = 3/7 \times 7 \times 2 = 3 \times 2 = 6(\text{cm}^2)$$

2、7X10 格魔術巧克力中 F9 翻轉(F9'')雙斜切割線之立面斜切方格分割分析(S9''TM 模式)

如下圖 6 為自製 7X10 格魔術巧克力中 F9 翻轉(F9'')雙斜切割線之立面斜切方格分割圖。平面方格亦為邊長為 2cm 的正方形，厚度為 0.3cm，斜切重疊約 0.21cm。

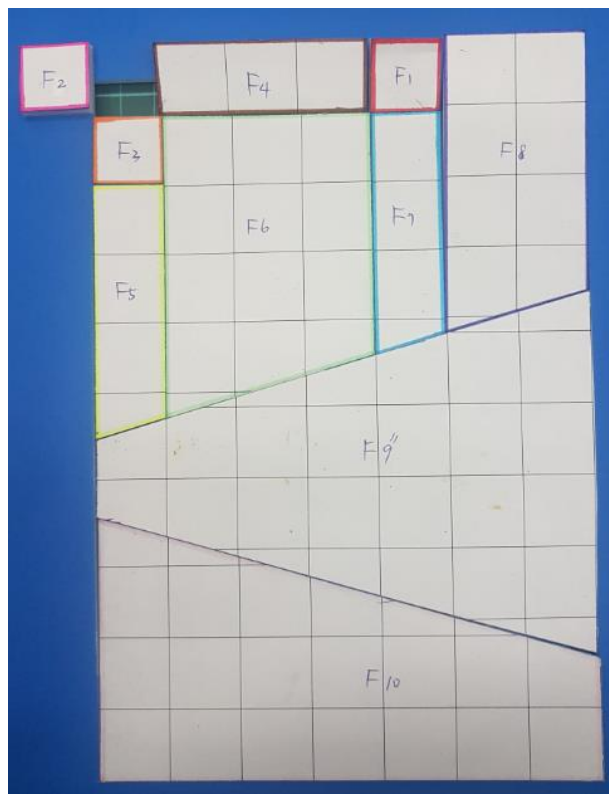
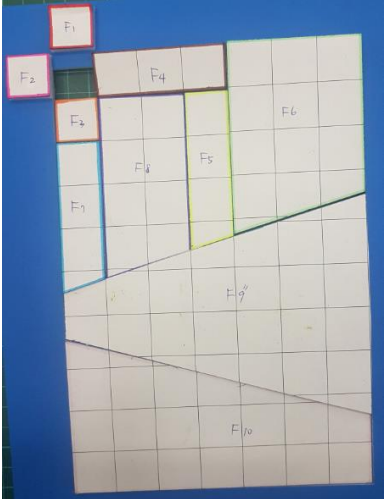
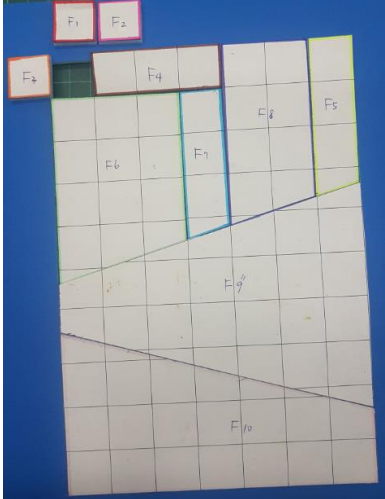
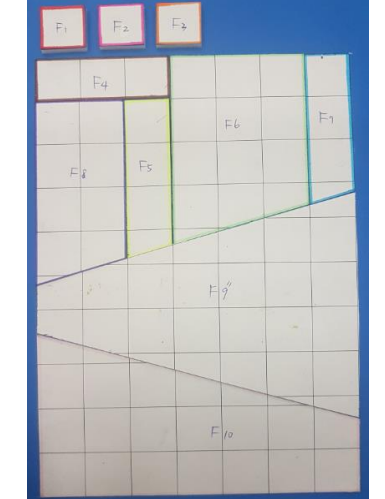
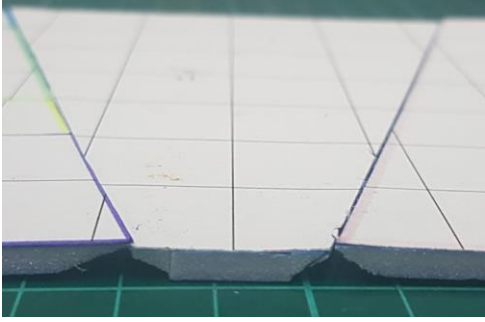
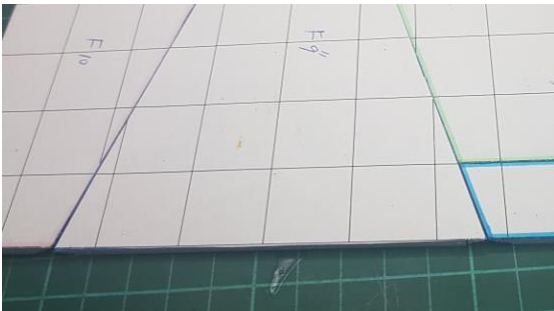
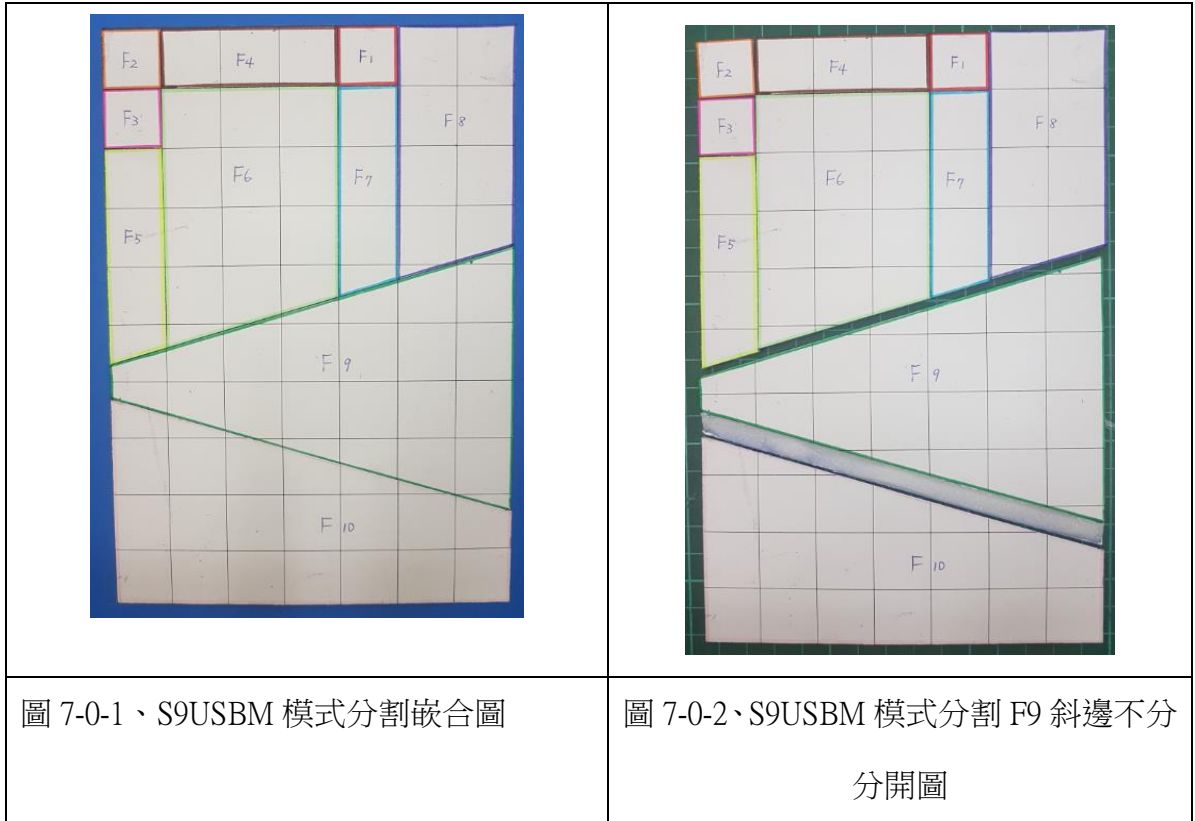


圖 6、7X10 格魔術巧克力中 F9 翻轉(F9'')雙斜切割線之立面斜切方格分割圖

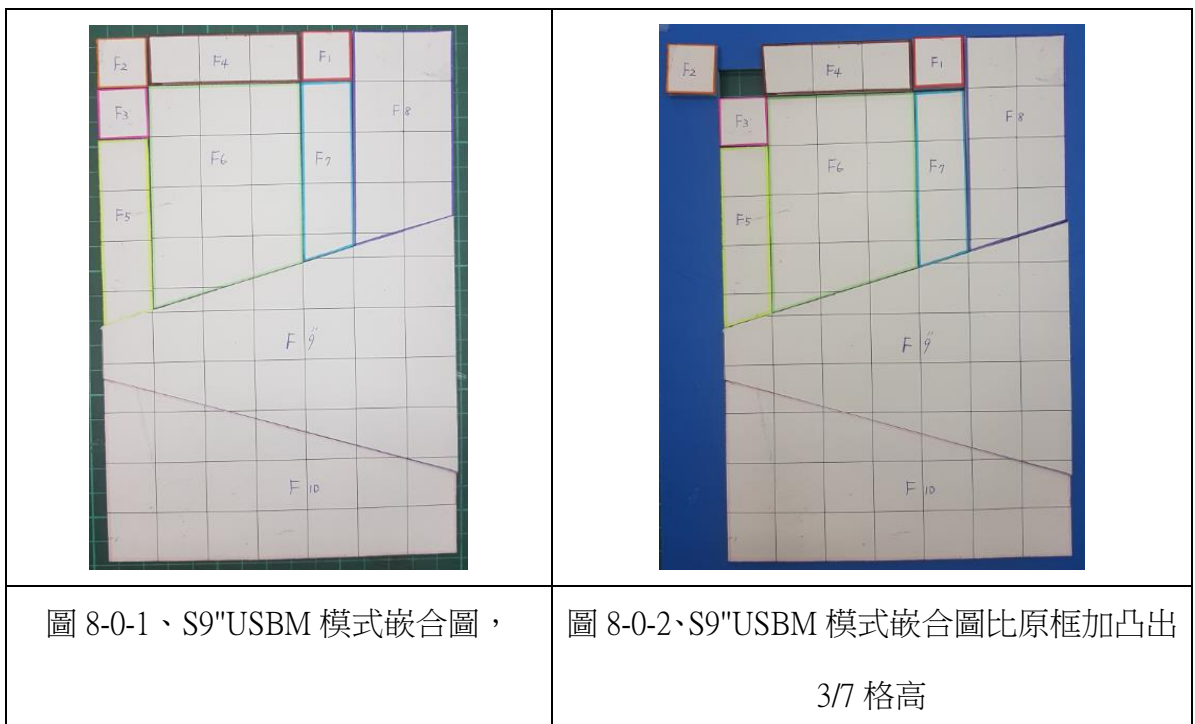
(1) S9"TMD 模式分割後移動 位置後多 1 塊	(2) S9"TMD 模式分割後移動 位置後多 2 塊	(3) S9"TMD 模式分割後移動 位置後多 3 塊
		
圖 6-1	圖 6-2	圖 6-3
S9"TMD 模式移動位置後多 1 塊後凸出邊界	S9"TMD 模式移動位置後多 2 塊後凸出邊界	分割移動位置後多 3 塊後完 全與原框架邊界嵌合
<p>小結：移動位置後多 1 塊後，較原框架凸出為 2/7 正方格高(約 0.56 公分)，2、3 與 5、6 欄與 F9 的邊界無法水平對準。</p>	<p>小結：移動位置後多 2 塊後，較原框架凸出為 1/7 正方格高(約 0.29 公分)，上斜割線 2 與 5、6 欄和下斜割線 2、3 與 6 欄與 F9 的邊界無法水平對準。</p>	<p>小結：上斜割線 1、2 與 5、6 欄和下斜割線 2、3 與 6 欄與 F9 的邊界無法水平對準。</p>
		
從 S9"USBM 模式 F9"側邊短底立面照片可以看出兩個等腰三角形空洞	從 S9"USBM 模式 F9"側邊長底立面照片可以看出兩個等腰三角形空洞	

(四) 自製 7X10 格魔術巧克力中 F9 斜邊之立面上斜邊垂直切下斜邊斜切方格分析
(S9USBM 模式)

如下圖 7 為 7X10 格魔術巧克力中 F9 斜邊之立面上斜邊垂直切下斜邊斜切方格分割圖。平面方格亦為邊長為 2cm 的正方形，厚度為 0.3cm，斜切重疊約 0.86cm。



備註：S9USBM 模式切割移動結果因與 F 模式、SS 模式結果相同，故省略



1. S9"USBM 模式切割移動位置後多 1 塊

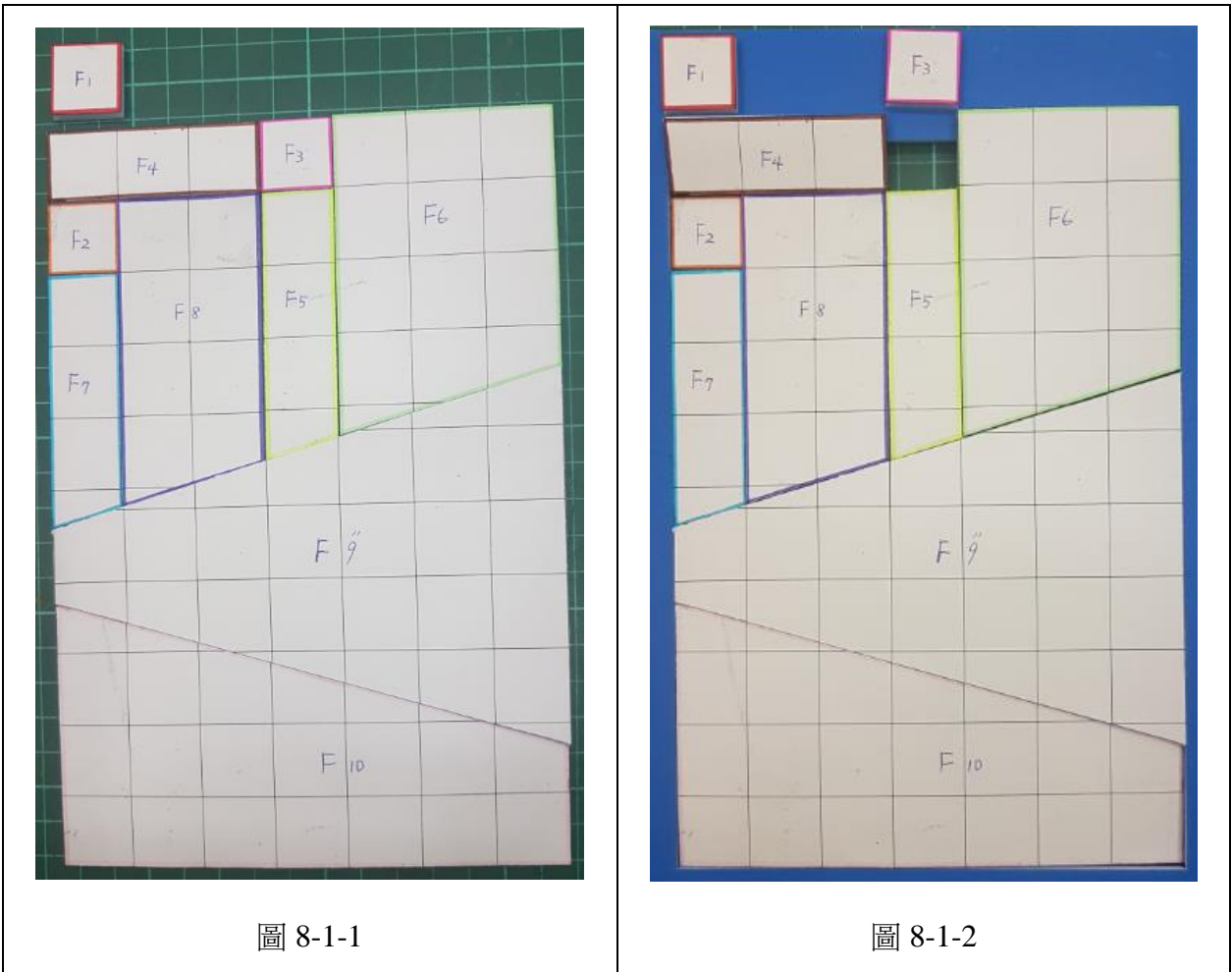


圖 8-1-1 S9"USBM 模式切割移動位置後多 1 塊後對齊邊界

圖 8-1-2 S9"USBM 模式切割移動位置後多 1 塊後緊貼 F9 比原框加凸出 2/7 格高

小結：比原框架凸出 2/7 格高，為 2/7 正方格高(約 0.57 公分)，上斜邊的 1、2 與 4、5、6 欄與 F9 的邊界無法水平對準，呈逆斜的情形。

計算說明：

比原框架凸出 2/7 格高的面積： $2/7 \times 2 \times 7 \times 2 = 2/7 \times 2 \times 7 \times 2 = 2 \times 2 \times 2 = 8(\text{cm}^2)$

等於 2 方格的面積： $2 \times 2 \times 2 = 8(\text{cm}^2)$

比原框架凸出 2/7 格高的體積： $2/7 \times 2 \times 7 \times 2 \times 0.3 = 2/7 \times 2 \times 7 \times 2 \times 0.3 = 2 \times 2 \times 2 \times 0.3 = 8 \times 0.3 = 2.4(\text{cm}^3)$

等於 2 方格的體積： $2 \times 2 \times 2 \times 0.3 = 8 \times 0.3 = 2.4(\text{cm}^3)$

2. S9"USBM 模式切割移動位置後多 2 塊

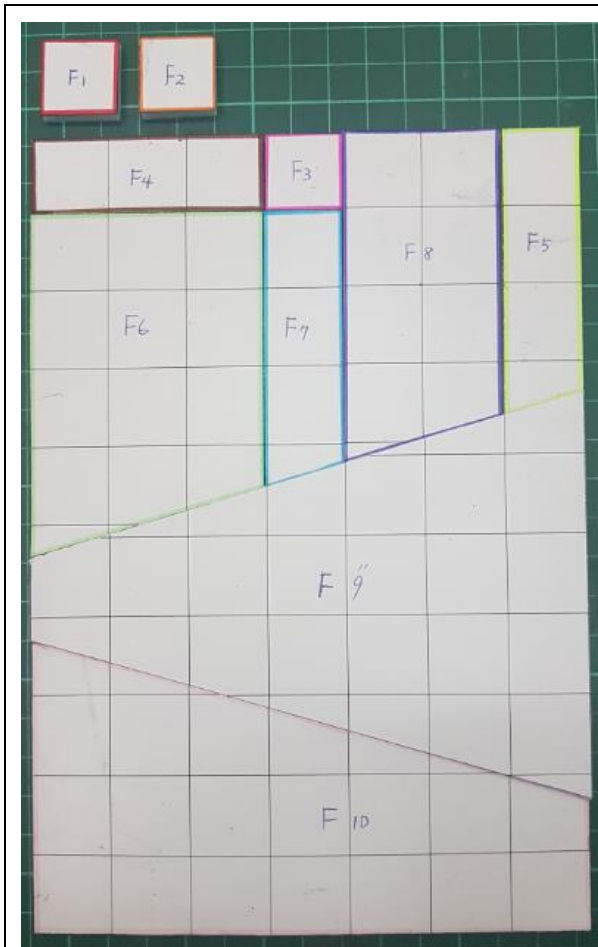


圖 8-2-1

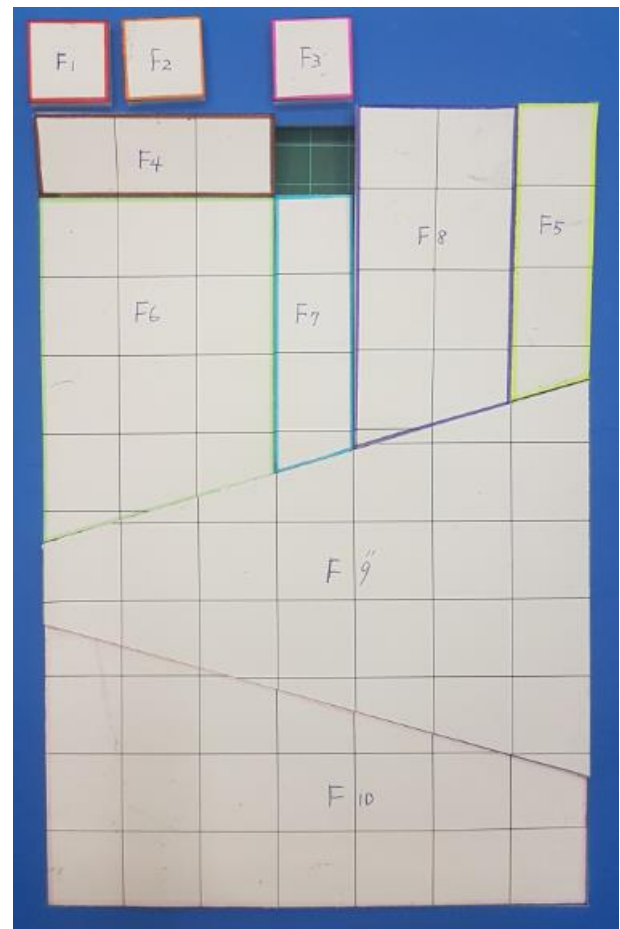


圖 8-2-2

S9"USBM 模式切割移動位置後多 2 塊後對齊邊界

S9"USBM 模式切割移動位置後多 2 塊後緊貼 F9 比原框架凸出 1/7 格高

小結：比原框架凸出 1/7 格高，為 1/7 正方格高(約 0.29 公分)，，上斜邊的 1、2 與 5 欄與 F9 的邊界無法水平對準，呈逆斜的情形。

計算說明：

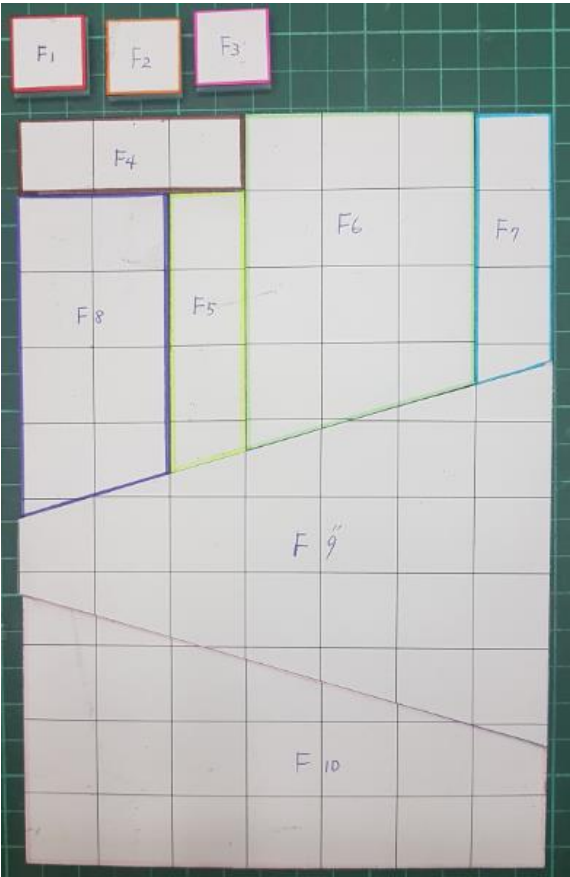
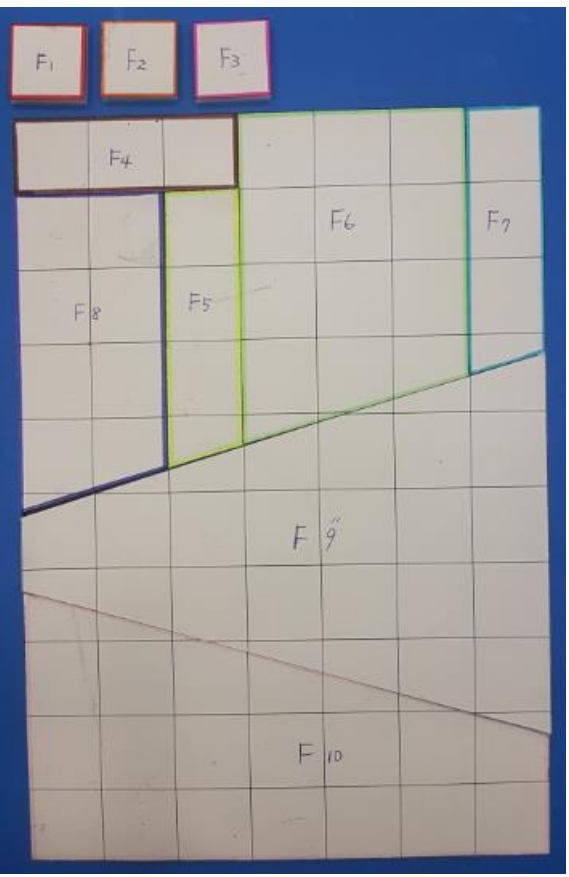
比原框架凸出 1/7 格高的面積： $1/7 \times 2 \times 7 \times 2 = 1/7 \times 2 \times 7 \times 2 = 1 \times 2 \times 2 = 4(\text{cm}^2)$

等於 1 方格的面積： $1 \times 2 \times 2 = 4(\text{cm}^2)$

比原框架凸出 1/7 格高的體積： $1/7 \times 2 \times 7 \times 2 \times 0.3 = 1/7 \times 2 \times 7 \times 2 \times 0.3 = 1 \times 2 \times 2 \times 0.3 = 4 \times 0.3 = 1.2(\text{cm}^3)$

等於 1 方格的體積： $1 \times 2 \times 2 \times 0.3 = 4 \times 0.3 = 1.2(\text{cm}^3)$

3. S9"USBM 模式切割移動位置後多 3 塊

 <p>圖 8-3-1</p>	 <p>圖 8-3-2</p>
<p>S9"USBM 模式切割移動位置後多 3 塊後</p>	<p>S9"USBM 模式切割移動位置後多 3 塊後緊貼 F9，和原框架嵌合。</p>
<p>小結：從上圖 8-3-2 S9"USBM 模式切割移動位置後多 3 塊後，而且原表面積也沒有減少，和 F9 的邊界的水平線也完全對準，完成本研究最終想探究的效果。</p>	

計算說明：

如圖 8-4 至 8-6 在原框表面下兩個直角三角形空洞的體積：

$$2 \times \frac{3}{7} \times 2 \times \frac{1}{2} \times 0.3 \times 7 \times 2 = 2 \times 3 \times 0.3 \times 2 = 2 \times 0.9 \times 2 = 2 \times 1.8 = 3.6(\text{cm}^3)$$

等於 3 方格的體積： $3 \times 2 \times 2 \times 0.3 = 12 \times 0.3 = 3.6(\text{cm}^3)$

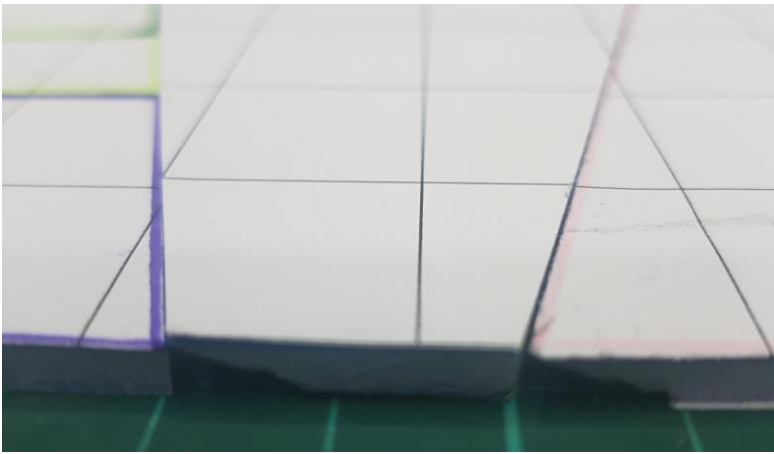


圖 8-4

從 S9"USBM 模式 F9"側邊短底立面照片可以看出兩個直角三角形空洞

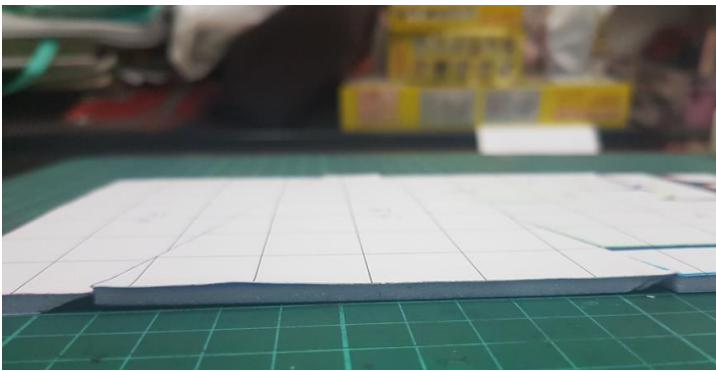


圖 8-5

從 S9"USBM 模式 F9"側邊長底立面照片亦可看出兩個直角三角形空洞



圖 8-5-L

上圖左邊空洞近照

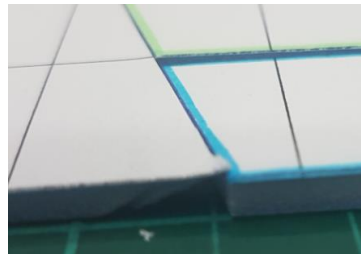


圖 8-5-R

上圖右邊空洞近照

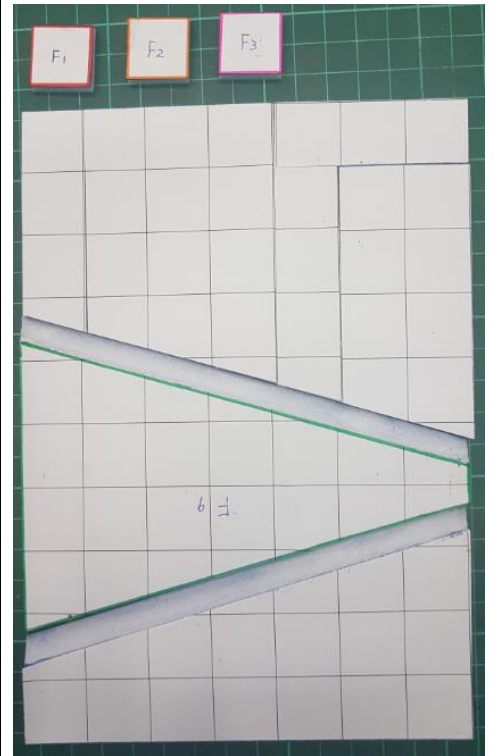


圖 8-6

S9"USBM 模式切割移動位置後多 3 塊後緊貼 F9 的背面圖，可以明顯看出有兩道直角三角柱空隙。故可以知道其體積相等於多出來的 3 塊立體方格的體積。

伍、討論與結論

- 一、從網路的影片觀察與實際操作發現，方格斜切位置形成的斜角在每向右移動移位 3 欄時會有類似的結果發生，即會突出原框架約 1 列(格)高度，如下圖 9-1、9-2、9-3，每 3 欄會出現類似的銜接圖形，如下圖 9-4、9-5。

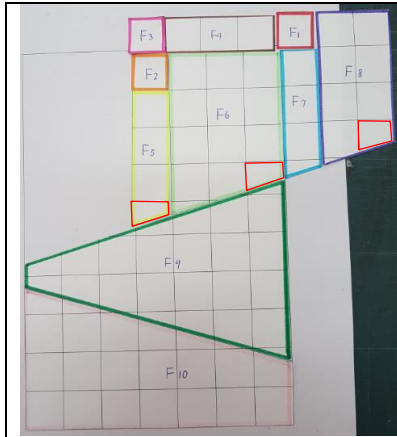


圖 9-1

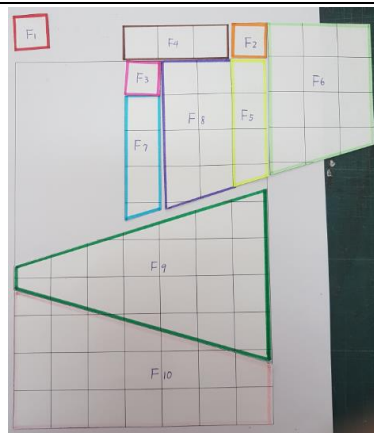


圖 9-2

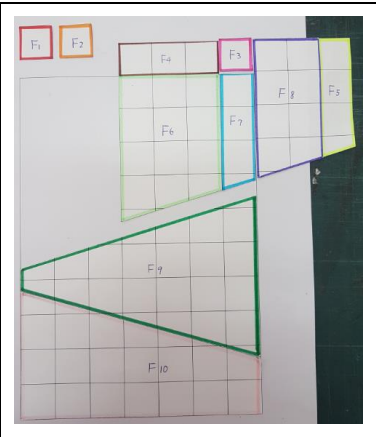


圖 9-3

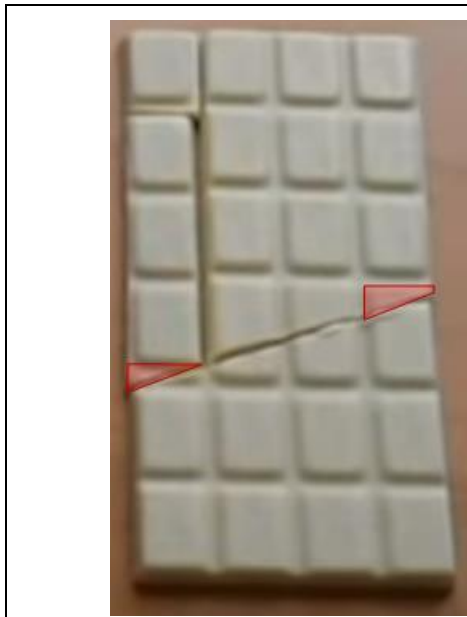


圖 9-4



圖 9-5

- 二、若斜切角度加大如下圖，則要重新調整右上斜堆位移欄數從 3 欄調降為 2 欄，不然會有無法多出 1 個方格，還會出現 2 個空缺方格的情形，如圖 10-2，而且水平銜接出現明顯對不上的情況有 3 處如圖 10-2、10-3；若調降為 2 欄時，則分割方式則要以 2 欄為主的切割方式，雖也能多出三塊方格如圖 10-5、10-6、10-7，甚至可以多出 4 格如圖 10-8，但水平銜接效果不佳，銜接處方格完整性較差如圖 10-10、10-11、10-12。

斜切角度加大落差為 3 方格，右上斜堆位移 3 欄位

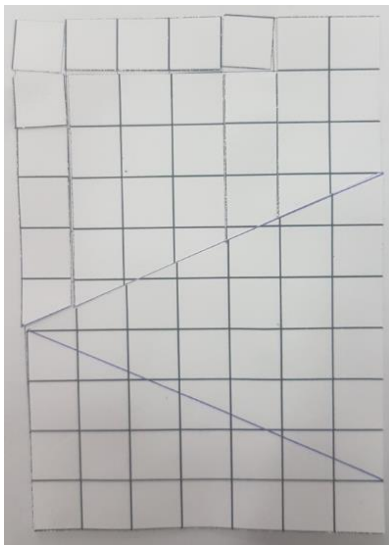


圖 10-1

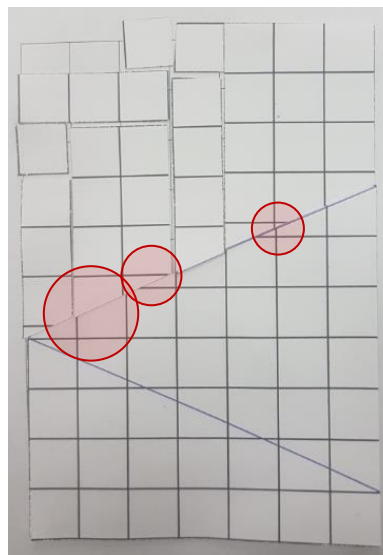


圖 10-2

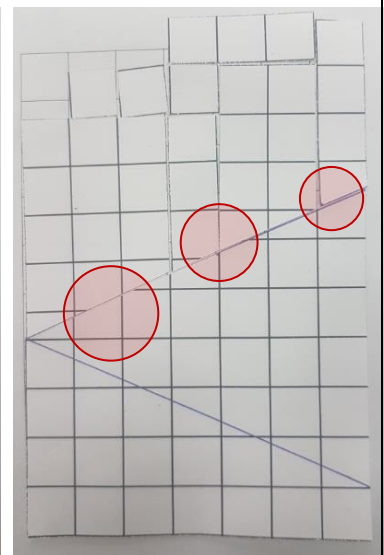


圖 10-3

斜切角度落差為 3 方格

出現不足 2 方格

出現不足 4 方格

斜切角度加大落差為 3 方格，右上斜堆位移 2 欄位

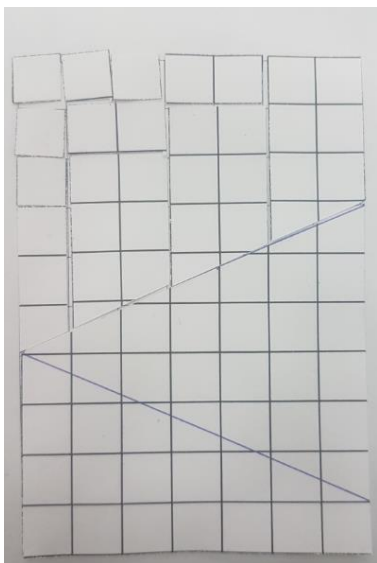


圖 10-4

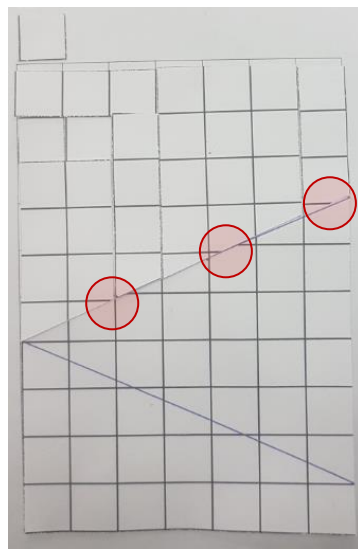


圖 10-5

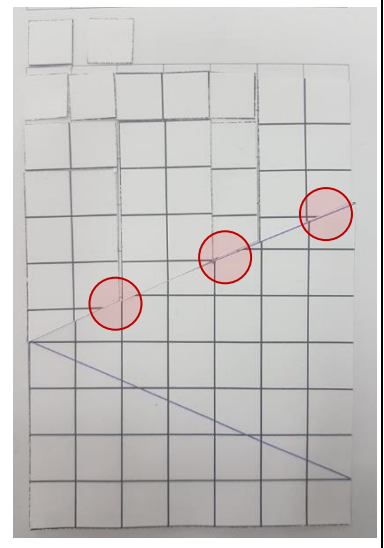


圖 10-6

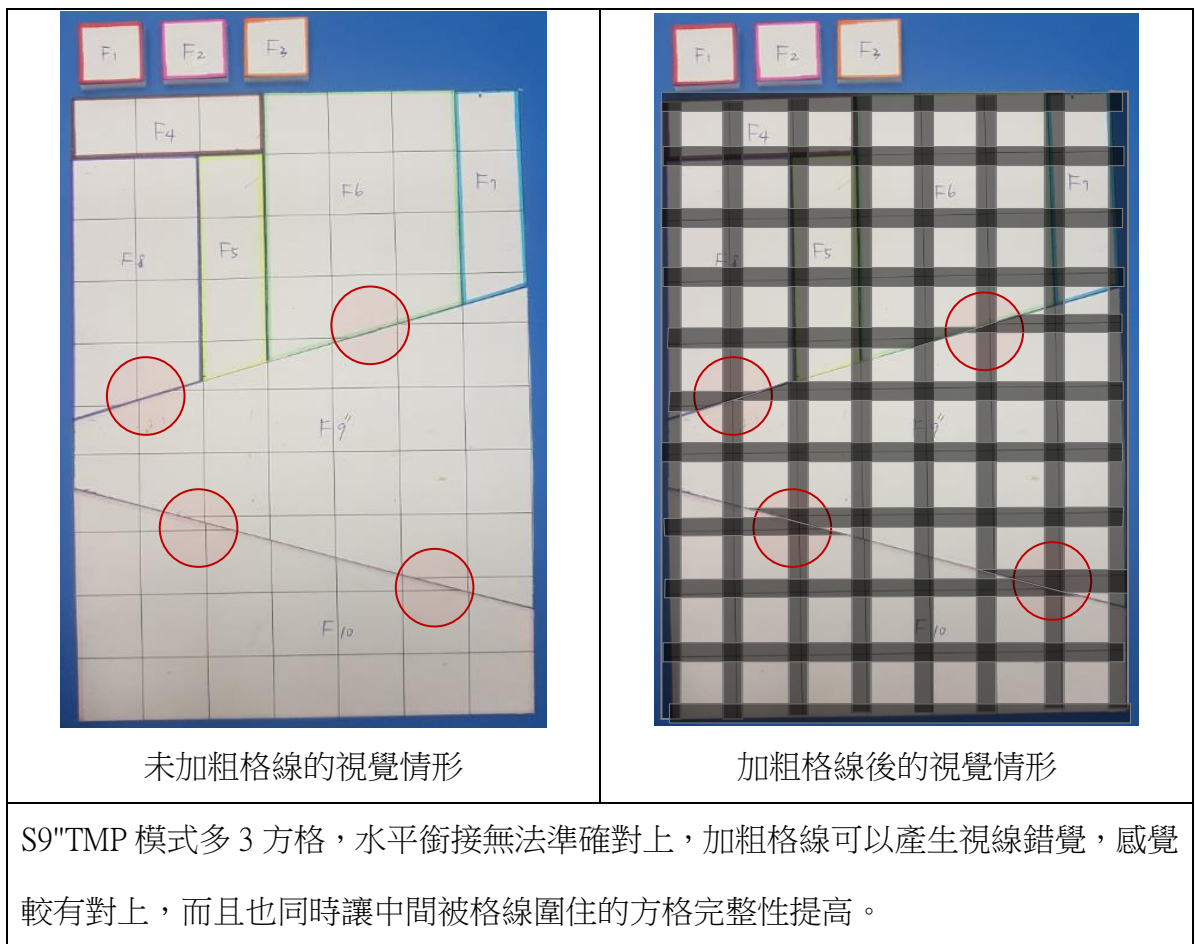
斜切角度落差為 3 方格

多出 1 方格，少了 1/7 方格
高

多出 2 方格，少了 2/7 方格
高

<p>圖 10-7</p> <p>多出 3 方格，少了 3/7 方格高。</p>	<p>圖 10-8</p> <p>多出 4 方格，少了 4/7 方格高，左欄有 10 方格塊，但右欄只有 9 方格塊。</p>	<p>圖 10-9</p> <p>上圖為左圖未移走 4 方格時，左欄有 10 方格塊，右欄有 10 方格塊。</p>

<p>圖 10-10</p> <p>從圖 10-7 與 10-10 水平銜接線有 3 處明顯銜接不上。</p>	<p>圖 10-11</p> <p>S9"TMP 模式多三方格，水平銜接現有 2 處無法準確對上。</p>	<p>圖 10-12</p> <p>S9"USBM 模式多三方格，水平銜接準確。</p>



三、實際操作切割移動結果發現 F 模式、SS 模式、S9TMP 模式與 S9USBM 模式結果是相同，雖可以看似多出 3 塊方格，但實際上面積是少了 $3/7$ 格的高度如圖 3-3D、4-3D，所以表面積是沒有憑空增加的，所以可見表面積要不減，又要多出 3 個方格面積以這 3 種模式是辦不到的。

四、實際操作 S9"TMP 模式切割移動結果發現，因為 F9 雙斜邊立面斜切之切割塊有翻轉成 F9"，所以移動後在表面積不減的情形下，真的看似憑空多出 3 塊方格，但水平銜接線並沒有完全對準如圖 10-11，與網路影片結果仍有差異與不足之處。

五、有了實際操作 S9"TMP 模式切割移動結果後，發現要修改 F9 切割塊立面直、斜切的情形而發展出 S9USBM 模式(F9 上斜邊立面垂直切；下斜邊立面斜切)，而且一定要將立面直斜切的 F9 切割塊進行手動翻轉 180° 成 F9"，即轉變成 S9"USBM 模式後，不僅最終移動後可在表面積不減的情形下，還憑空多出 3 塊方格，而且水平銜接線也能完全對準如圖 10-12。

六、但在 S9"USBM 模式切割移動位置後多 3 塊的表象下，真的能憑空多出 3 方格塊的體

積嗎？從 S9"USBM 模式緊貼 F9 的背面圖 8-6，可以明顯看出有兩道直角三角柱空隙。所以可以知道表象上多出的 3 塊方格體積是剛好等於在 S9"USBM 模式下少的兩道直角三角柱空隙的體積。

綜合上述可歸納如下表一：

表一、各模式多出方格數與水平格線是否對準比較表

實際面積模式	移位後多出 1 塊方格	移位後多出 2 塊方格	移位後多出 3 塊方格	最終水平格線是否對準
F	少 $1/7$ 格高	少 $2/7$ 格高	少 $3/7$ 格高	否
SS	少 $1/7$ 格高	少 $2/7$ 格高	少 $3/7$ 格高	否
S9TMP	少 $1/7$ 格高	少 $2/7$ 格高	少 $3/7$ 格高	否
S9USBM	少 $1/7$ 格高	少 $2/7$ 格高	少 $3/7$ 格高	否
S9"TMP	多 $2/7$ 格高	多 $1/7$ 格高	等於原框架面積	否
S9"USBM	多 $2/7$ 格高	多 $1/7$ 格高	等於原框架面積	是

陸、未來展望

- 一、可以繼續探討不同分割方式可能造成位移多出方格的情形。
- 二、可以繼續探討不同格數可行的切割斜率與位移欄位的可行規律性與限制。

柒、參考資料及其他

一、中文部份

1. 奧斯朋出版編輯群 (2008)。圖解數學辭典 (42-43、55-58 頁)。台北市：小天下。
2. 康軒數學學習領域國小課程研發中心 (2019)。五上康軒版數學第八單元—面積。新北市：康軒文教事業股份有限公司。
3. 康軒數學學習領域國小課程研發中心 (2019)。五下康軒版數學第一單元—體積、第五單元—線對稱圖形。新北市：康軒文教事業股份有限公司。
5. 中華民國第 56 屆中小學科學展覽會國小組數學科--拼成長方形---五連塊探秘