

嘉義市第 38 屆中小學科學展覽會 作品說明書

科 別：生活與應用科學(一)

組 別：國小組

作品名稱：彈珠檯--彈彈入洞，百發百中

關 鍵 詞：彈珠檯、高爾頓釘板、鐘型分配圖

編 號：

作品名稱

彈珠檯--彈彈入洞，百發百中

摘要

每次去逛夜市或或是園遊會擺攤，就一定看到彈珠檯的攤位，彈珠檯是不論任何年齡都會喜歡玩的機台，也是我們的父母親小時候的童年，到底要如何獲得更多的彈珠，是否跟上面的釘子有關呢？還是有其他影響彈珠掉落的因素，吸引我們想要更深入地去探究。我們在手機 APP 找到彈珠檯遊戲，由虛擬實驗到實體操作，自己 DIY 組裝一個完整的彈珠台，並利用自己裝的彈珠台依序完成所有實驗並且紀錄實驗過程，分析數據並整理成實驗報告，利用組裝的彈珠檯找虛擬實驗到一個符合鐘型分配的拼裝模式，希望日後能在園遊會中執行，讓我們得到最大的獲利。

壹、研究動機

星期日，我和我的家人一起去逛夜市，我吃著章魚燒、喝著珍珠奶茶，又看到了路旁一排的彈珠台，我不禁問起媽媽：「我可以玩嗎？」媽媽深思熟慮之後說：「不行，但你現在可以看看其他人玩，下次再帶你來玩。」於是我就去看了，發現球幾乎每次都掉到中間，然而中間又是最少分數的，因此吸引了我的好奇心，也讓我們開始了這次的研究。

貳、研究目的

- 一、觀察手機app彈珠檯遊戲與市售DIY彈珠檯，彈珠落入各個孔洞的分布情形是否符合鐘型分配圖。
 - 1.在手機app彈珠檯遊戲(虛擬實驗)中，取不同力量的配置，彈珠各個孔洞的分布情形。
 - 2.用手機app彈珠檯遊戲滿格的力量與市售彈珠檯(實體實驗)拉桿拉到底的情況下，觀察虛擬實驗與實體實驗的差異，比較彈珠落入各個孔洞的分布情形。
- 二、探討自製不同釘子排列之彈珠檯，彈珠落入各個球洞的分布情形是否符合鐘型分配圖。
 - 1.觀察無釘釘子與加阻擋釘，彈珠落入各個孔洞的分布情形。
 - 2.以不同形狀排列的釘子，比較彈珠落入各個孔洞的分布情形。
 - 3.以不同釘子數量排列次序不同，比較彈珠落入各個孔洞的分布情形。
- 三、探討彈珠檯檔板弧度會影響彈珠落入各個孔洞的分布情形是否符合鐘型分配圖。
 - 1.以不同橢圓弧度為上方檔板弧度，觀察彈珠落入孔洞分布情形。
 - 2.將落孔寬度取一個彈珠的大小，觀察落入各個孔洞的分布情形。

貳、文獻探討

- 一、高爾頓釘板(Galton Board):這項裝置上方是一個漏斗狀的容器,可將許多大小相同的小球倒入並讓其掉落。每個小球先碰到第一排釘子,繼續掉落則會碰到第二排釘子,並且碰到的機率都是 $1/2$ 。球繼續掉落,最後落入底部隔開的槽內。假若一共有 n 排釘子,各槽內的球數則服從於二項分布 $B(n, 1/2)$;當 n 很大時,它就接近於常態分布。(如圖1所示)



圖1-1高爾頓釘板

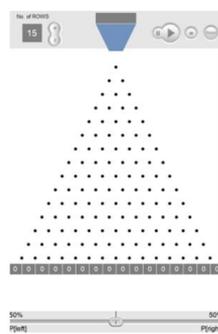


圖1-2、模擬軟體the STATISTICAL MIND

- 二、鐘型分配圖(常態分配圖):在閱讀的文獻中提到,在垂直面板上釘上好幾排釘子,其排列的樣式形成三角形,三角形每個位置上都有釘子。(如圖2-1)最上面的那個釘子的正上方有個彈孔,一按鈕,彈珠就從彈孔落下。碰到最上面的釘子之後,彈珠就各有一半的機會彈落到第二排的那兩個釘子之一,隨後又各有一半的機會彈落到其左下或右下第三排的兩個釘子之一。依此類推,經過多次彈落,最後會落入溝槽中。根據公式算法及實驗的結果,中間溝槽的彈珠最多,往兩端則逐漸減少,其累積彈珠數與依理論所畫的常態分布曲線非常接近。(如圖2-2)

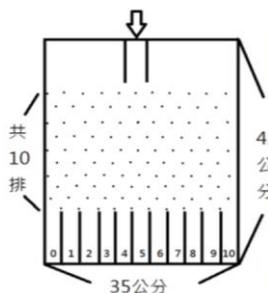
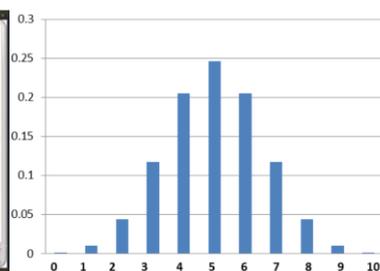


圖2-1釘板



圖2-2、模擬與實際常態曲線圖



參、研究設備及器材

一、實驗器材：DIY彈珠檯、釘板、小銅釘、瞬間接著劑、白膠、厚地墊(2cm)。

實驗器材				
名稱	市售DIY彈珠檯	釘板	小銅釘	彈珠
實驗器材				
名稱	彈珠檯App的手機	厚地墊(2cm)	白膠	瞬間接著劑

肆、研究過程及方法

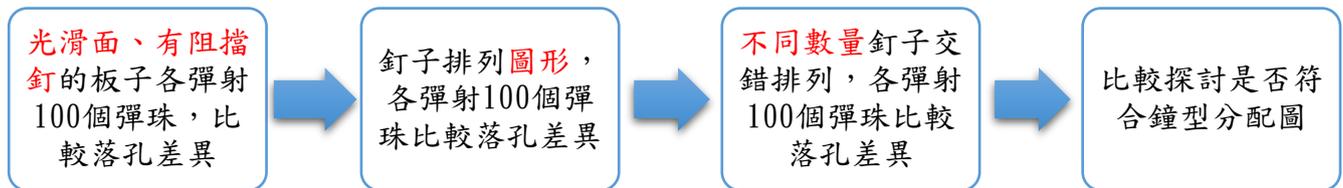
一、實驗設計說明

為了找到最符合鐘型分配圖的彈珠檯，我們請木材行幫我們切割與市售DIY的彈珠檯相同的底板，自行設計釘子釘的位置。由實驗結果討論出，由彈珠落入球洞位置分配，找出最符合鐘型分配圖的排列方式。

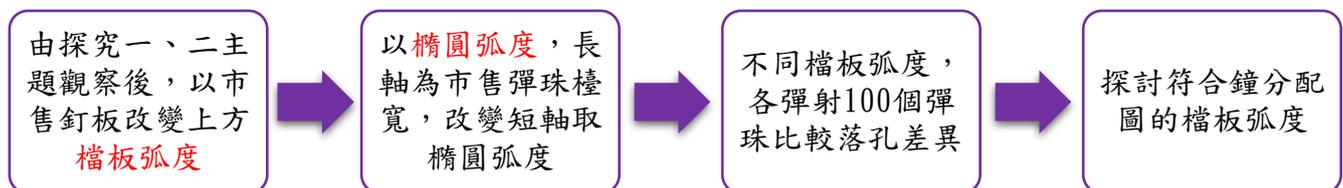
●探究一：手機app彈珠檯遊戲與市售DIY彈珠檯的比較



●探究二：釘子排列不同的比較

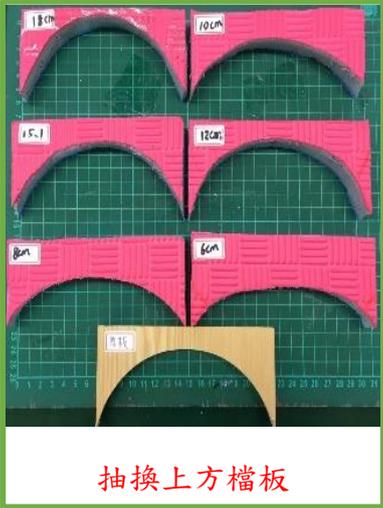


●探究三：市售釘板改變檔板弧度

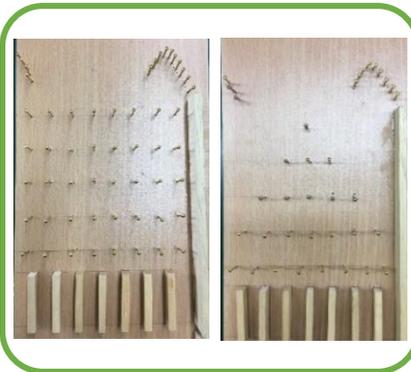


二、測定方法

1. 手機app彈珠檯遊戲與DIY彈珠台

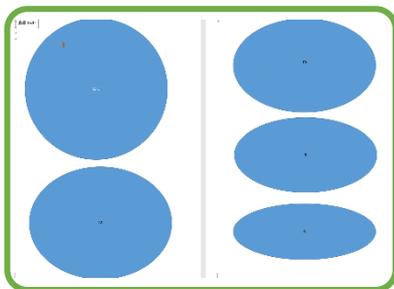
項目	手機app彈珠檯遊戲	DIY彈珠檯(小)	
<p style="text-align: center;">流程</p>	 <p style="text-align: center;">↓</p>  <p style="text-align: center;">三格力 六格力</p>	 <p style="text-align: center;">↓</p>  <p style="text-align: center;">抽換釘板</p>	 <p style="text-align: center;">↓</p>  <p style="text-align: center;">抽換上方檔板</p>
<p style="text-align: center;">方式</p>	<p style="text-align: center;">各彈射 100 顆彈珠</p>	<p style="text-align: center;">各彈射 100 顆彈珠，拉桿拉到底的力道</p>	

2.釘板釘子排列

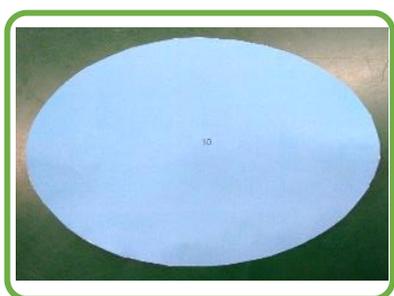
空白釘板	畫位置後釘釘子	完成的釘板
	 <p data-bbox="608 1128 948 1397">以原始釘板的釘位，量好間距畫在空白的釘板上。再將釘子定位。</p>	 <p data-bbox="1214 869 1331 913">有間隔</p>
<p data-bbox="161 1151 437 1487">請木材商店幫我們切好與市售釘板相同的大小，量取與市售釘板位置相同的地方用瞬間黏著劑黏下木頭。</p>		 <p data-bbox="1214 1397 1331 1442">無間隔</p>

3. 檔板製作

製作檔板圖形



將弧形檔板用 word
畫好後印出



剪下畫好的圖形

製作檔板



墊子先裁切成與原
檔板一樣的寬度，
將圖形對在墊子上



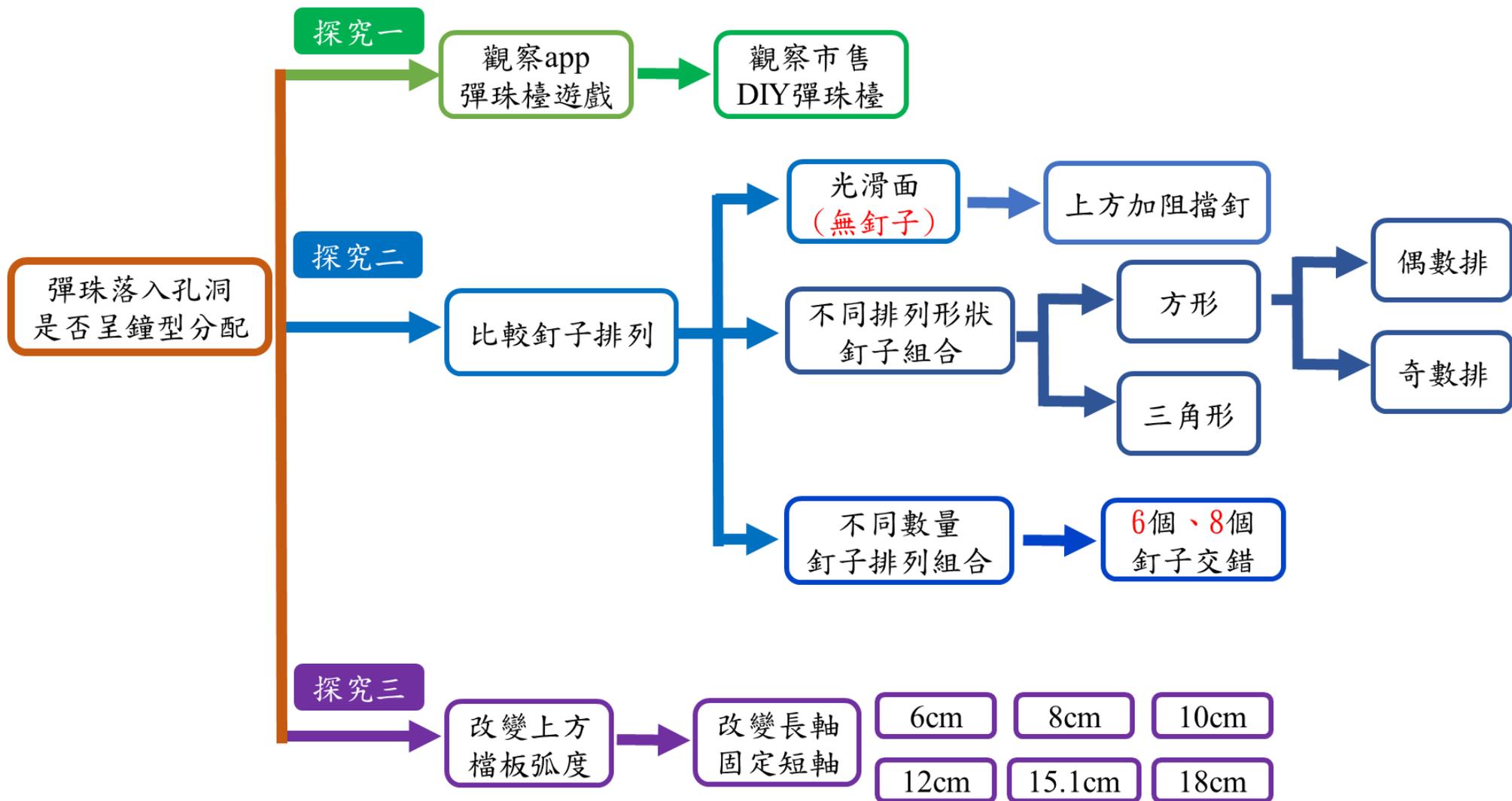
用美工刀割下

完成的檔板



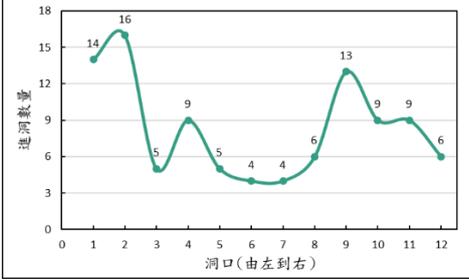
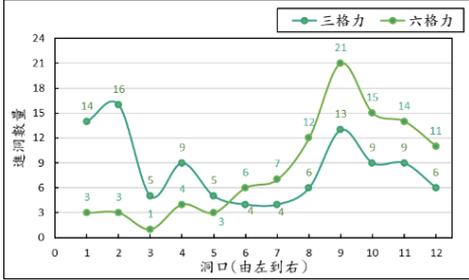
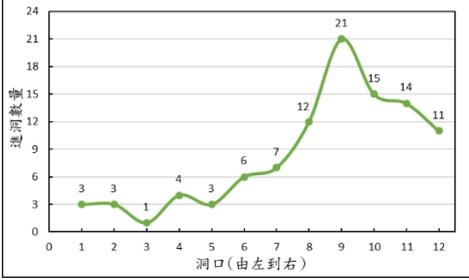
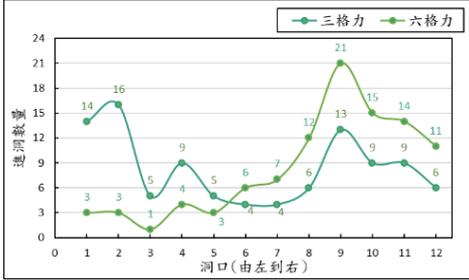
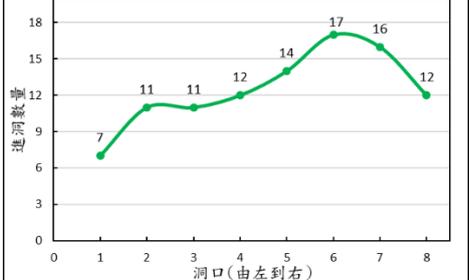
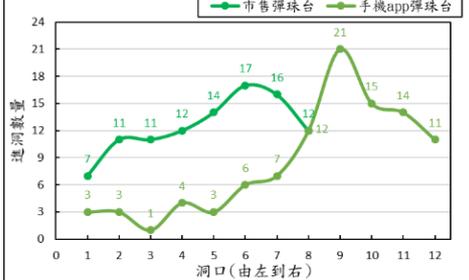
完成 6 種不同弧度的
檔板

三、實驗流程



伍、實驗結果與討論

一、探究一：觀察手機app彈珠檯遊戲市售DIY彈珠檯，彈珠落入各個孔洞的分布情形是否符合鐘型分配圖。

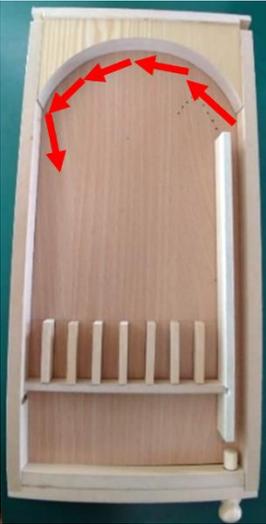
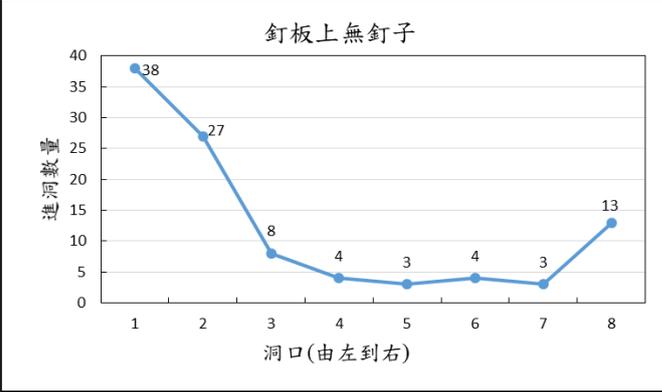
	實際情況	彈珠落入孔洞情形	比較圖
手機app 彈珠檯 遊戲 (三格力)			
手機app 彈珠檯 遊戲 (六格力)			
市售的 DIY彈珠			

討論 1：

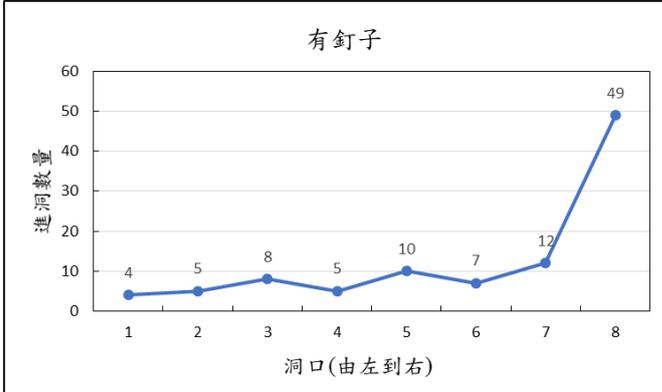
- (1) 用手機APP模擬實際情況，發現三格力比較沒有呈現鐘型分配，六格力有些微鐘型分配，但是比較偏右邊。
- (2) DIY組裝的市售彈珠檯，以拉把拉到底的力道實驗後，趨勢符合app遊戲六格力的趨勢。
- (3) 實體操作跟虛擬實驗有互相呼應，趨勢大致相同，呈現偏右邊的鐘型分配。

二、探究二：探討自製不同釘子排列之彈珠檯，彈珠落入各個孔洞的分布情形是否符合鐘型分配圖。

1.1 無釘釘子下，彈珠落入孔洞分布情形

實際情況	彈珠落入孔洞情形	討論 1.1：																		
	<p style="text-align: center;">釘板上無釘子</p>  <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <caption>釘板上無釘子 - 進洞數量</caption> <thead> <tr> <th>洞口(由左到右)</th> <th>進洞數量</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>38</td></tr> <tr><td>2</td><td>27</td></tr> <tr><td>3</td><td>8</td></tr> <tr><td>4</td><td>4</td></tr> <tr><td>5</td><td>3</td></tr> <tr><td>6</td><td>4</td></tr> <tr><td>7</td><td>3</td></tr> <tr><td>8</td><td>13</td></tr> </tbody> </table>	洞口(由左到右)	進洞數量	1	38	2	27	3	8	4	4	5	3	6	4	7	3	8	13	<p>(1)在閱讀文獻探討後，彈珠會因為板面有釘子而影響彈珠落下的位置，所以我們先討論無釘子的狀況下，彈珠落下的情況。</p> <p>(2)實驗後發現，彈珠會沿著檔版的弧度滑落，所以幾乎落在左邊1道的位置。</p>
洞口(由左到右)	進洞數量																			
1	38																			
2	27																			
3	8																			
4	4																			
5	3																			
6	4																			
7	3																			
8	13																			

1.2 上方加阻擋釘下，彈珠落入孔洞分布情形

實際情況	彈珠落入孔洞情形	討論 1.2：																		
	<p style="text-align: center;">有釘子</p>  <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <caption>有釘子 - 進洞數量</caption> <thead> <tr> <th>洞口(由左到右)</th> <th>進洞數量</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>4</td></tr> <tr><td>2</td><td>5</td></tr> <tr><td>3</td><td>8</td></tr> <tr><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td>5</td><td>10</td></tr> <tr><td>6</td><td>7</td></tr> <tr><td>7</td><td>12</td></tr> <tr><td>8</td><td>49</td></tr> </tbody> </table>	洞口(由左到右)	進洞數量	1	4	2	5	3	8	4	5	5	10	6	7	7	12	8	49	<p>(1)接續全無釘子的板面，我們再探討只在兩側上方加阻擋釘，研究彈珠落下的位置。</p> <p>(2)實驗後發現，彈珠會撞到左邊的阻釘而反彈，由於中間沒有任何釘子，所以彈珠幾乎集中在右邊的第8道落下。</p>
洞口(由左到右)	進洞數量																			
1	4																			
2	5																			
3	8																			
4	5																			
5	10																			
6	7																			
7	12																			
8	49																			

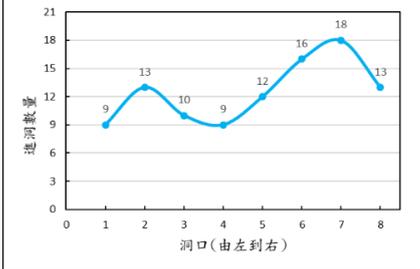
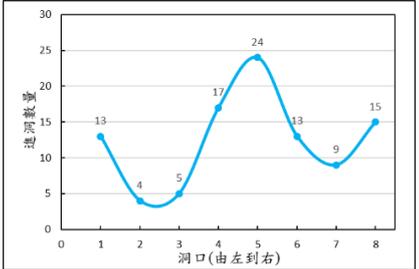
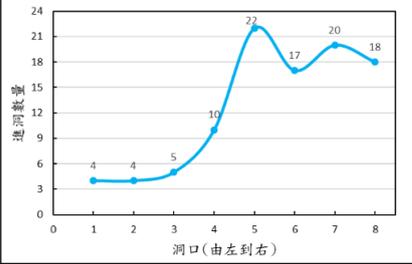
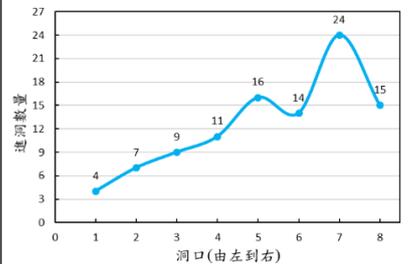
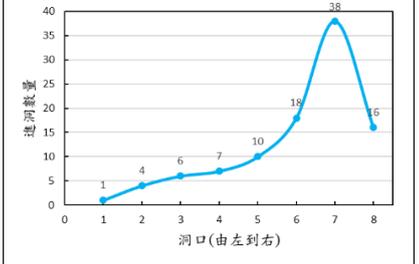
2. 釘子排列出不同形狀，彈珠落入孔洞分布情形

排列形狀	釘子位置	彈珠落入孔洞分配圖	排列形狀	釘子位置	彈珠落入孔洞分配圖																																				
三角形	間隔間距	<table border="1"> <caption>彈珠落入孔洞分配圖 (間隔間距)</caption> <tr><th>洞口 (由左到右)</th><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td></tr> <tr><th>彈珠數量</th><td>3</td><td>12</td><td>7</td><td>7</td><td>12</td><td>20</td><td>23</td><td>16</td></tr> </table>	洞口 (由左到右)	1	2	3	4	5	6	7	8	彈珠數量	3	12	7	7	12	20	23	16	正方形	7x7	<table border="1"> <caption>彈珠落入孔洞分配圖 (7x7)</caption> <tr><th>洞口 (由左到右)</th><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td></tr> <tr><th>彈珠數量</th><td>5</td><td>16</td><td>9</td><td>9</td><td>17</td><td>11</td><td>21</td><td>10</td></tr> </table>	洞口 (由左到右)	1	2	3	4	5	6	7	8	彈珠數量	5	16	9	9	17	11	21	10
	洞口 (由左到右)	1	2	3	4	5	6	7	8																																
彈珠數量	3	12	7	7	12	20	23	16																																	
洞口 (由左到右)	1	2	3	4	5	6	7	8																																	
彈珠數量	5	16	9	9	17	11	21	10																																	
	無間隔間距	<table border="1"> <caption>彈珠落入孔洞分配圖 (無間隔間距)</caption> <tr><th>洞口 (由左到右)</th><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td></tr> <tr><th>彈珠數量</th><td>5</td><td>14</td><td>8</td><td>3</td><td>7</td><td>17</td><td>31</td><td>15</td></tr> </table>	洞口 (由左到右)	1	2	3	4	5	6	7	8	彈珠數量	5	14	8	3	7	17	31	15		8x8	<table border="1"> <caption>彈珠落入孔洞分配圖 (8x8)</caption> <tr><th>洞口 (由左到右)</th><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td></tr> <tr><th>彈珠數量</th><td>1</td><td>10</td><td>19</td><td>16</td><td>12</td><td>5</td><td>23</td><td>10</td></tr> </table>	洞口 (由左到右)	1	2	3	4	5	6	7	8	彈珠數量	1	10	19	16	12	5	23	10
洞口 (由左到右)	1	2	3	4	5	6	7	8																																	
彈珠數量	5	14	8	3	7	17	31	15																																	
洞口 (由左到右)	1	2	3	4	5	6	7	8																																	
彈珠數量	1	10	19	16	12	5	23	10																																	

討論 2：

- (1) 在三角形釘子的排列方式，我們分為**奇數排**(間隔一排不釘釘子)及**全排**進行實驗；在折線圖中，彈珠在孔道4~8呈現鐘型分配圖，在孔道4是彈珠落下最少的，孔道7彈珠是落下最多的，我們推測彈珠順著三角形的斜度滑落。
- (2) 在三角形釘子的排列方式，一樣是斜坡，孔道2彈珠落下的數量比孔道7少，應該是彈珠談到左側擋板而往右側滑下所致。
- (3) 在正方形釘子的排列方式，我們分為**7*7排**及**8*8排**進行實驗；在折線圖中，彈珠球數落下的數量曲線並不漂亮。
- (4) 正方形的釘板是對齊排列，所以彈射力道造成反作用力，致使彈珠滾動時如果進上釘排的孔洞就會直直落下。
- (5) 釘子排列出不同形狀，彈珠落入孔洞中，**三角形的排列**因形狀關係，彈珠分布情形比較**接近我們探討的鐘型分配圖**。

3. 6 個及 8 個釘子不同的排列方式，彈珠落入孔洞分布情形

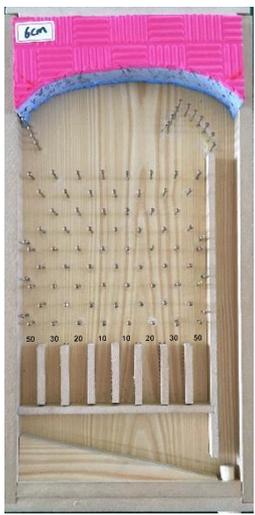
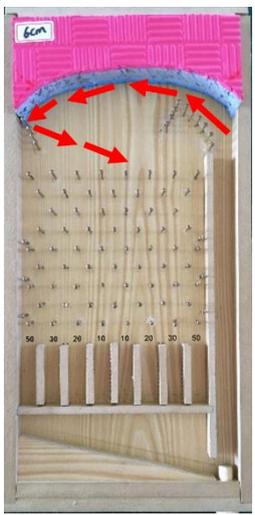
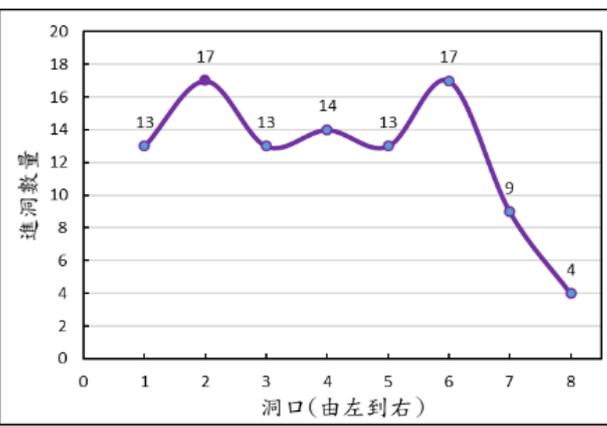
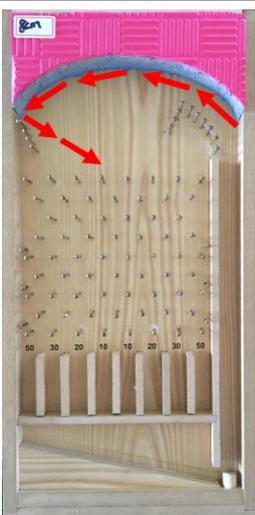
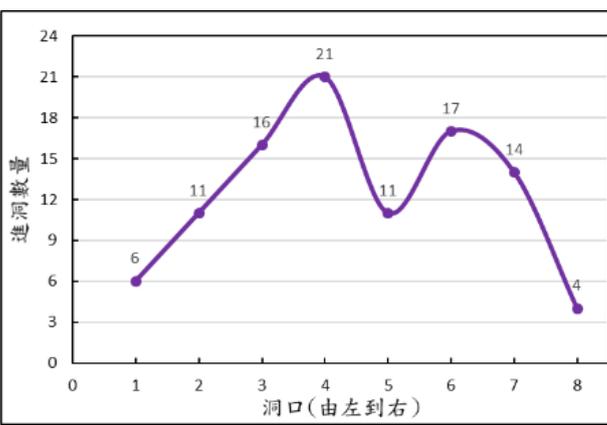
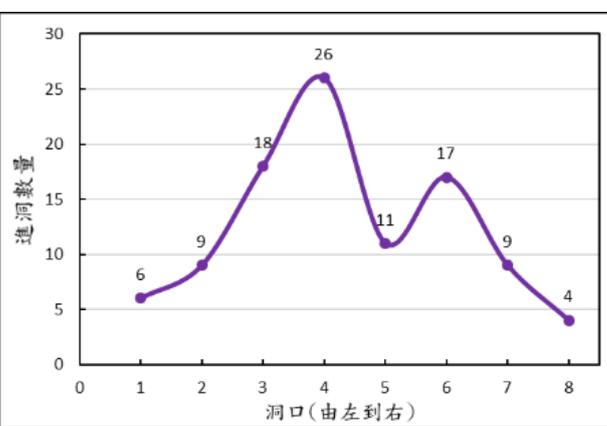
釘子排列示意圖		排列	6060808	6080608
 <p>不變動</p>		彈珠落入孔洞分配圖		
排列	8060608		8060806	6080806
彈珠落入孔洞分配圖				

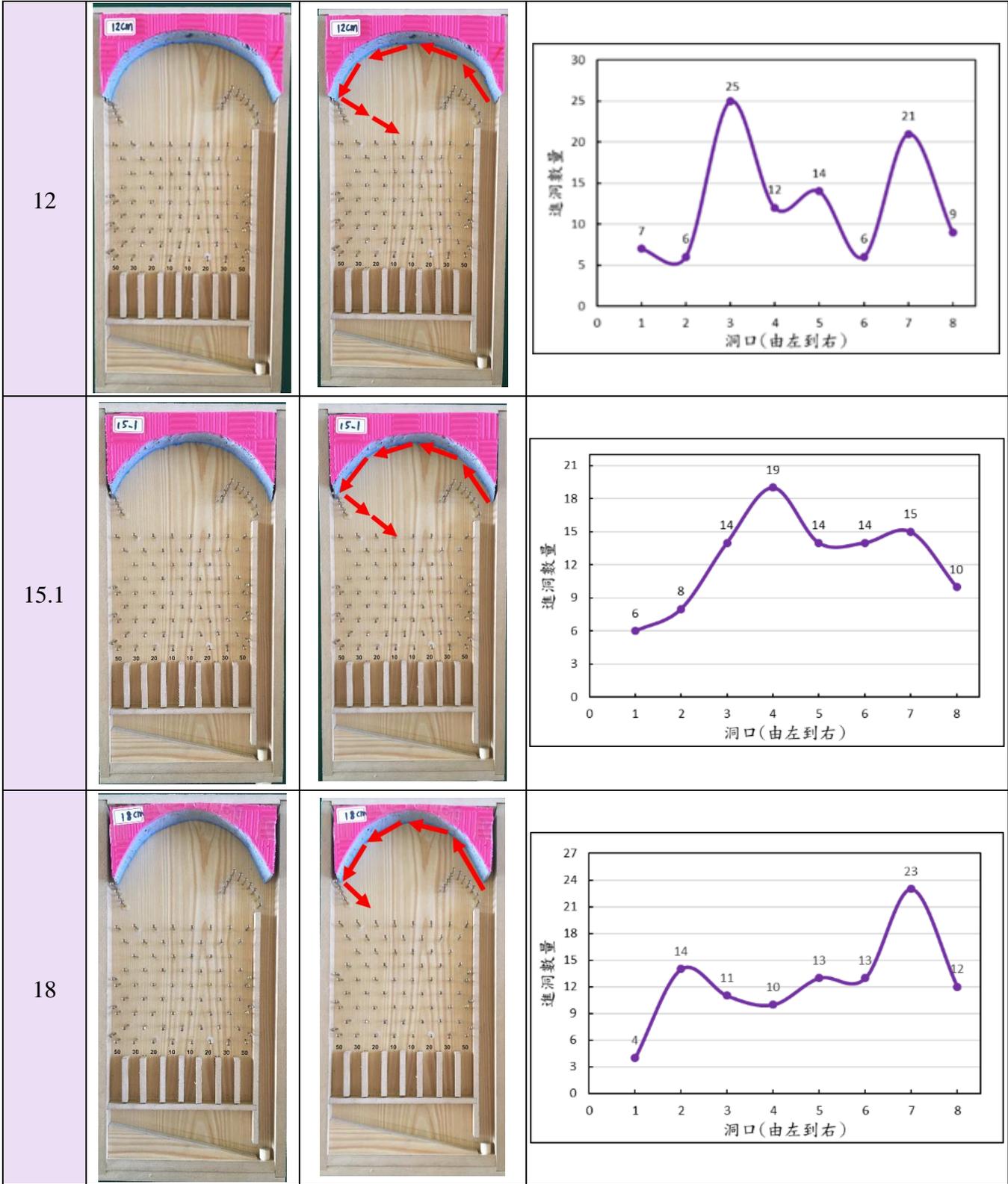
討論 3：

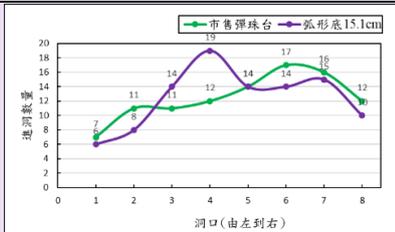
- (1)依市售的釘板，共有9排，其釘子數量為8、7、6、8、7、6、6、7、8，在探究一中，我們發現市售彈珠檯的實驗分配圖接近鐘形分配，我們想在不改變最後一排的釘位，增加排間的距離下，改變釘子數量及排列時，進行實驗，看看是否也符合鐘形分配圖。
- (2)依市售的釘板，不改變最後一排的釘位，我們增加排間的時間距離，留下第1、3、5、7排的釘位，釘子數量以6個釘子及8個釘子的排列來進行實驗。
- (3)依市售的釘板，不改變最後一排的釘位，其釘子數量為6個釘子及8個釘子的五種排列釘板中，發現6080608的排列最接近鐘型分配圖。
- (4)在五個數據中，彈珠跑的方向及落下彈道的都趨向於往右邊的位置，彈珠碰撞壁面即會產生方向相反的反作用力，導致彈珠發生不同軌跡的行進的方向。
- (5)所以我們猜測，不同設計的圓弧檔板也會影響彈珠分配圖。

三、探究三：探討彈珠檯檔板弧度會影響彈珠落入各個孔洞的分布情形是否符合鐘型分配圖。

1. 不同橢圓弧度為上方檔板弧度，彈珠落入孔洞分布情形

短軸 (cm)	釘板	彈珠軌跡示意圖	彈珠落入孔洞分配圖																		
6			 <table border="1"> <caption>彈珠落入孔洞分配圖 (短軸 6cm)</caption> <thead> <tr> <th>洞口 (由左到右)</th> <th>進洞數量</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>13</td></tr> <tr><td>2</td><td>17</td></tr> <tr><td>3</td><td>13</td></tr> <tr><td>4</td><td>14</td></tr> <tr><td>5</td><td>13</td></tr> <tr><td>6</td><td>17</td></tr> <tr><td>7</td><td>9</td></tr> <tr><td>8</td><td>4</td></tr> </tbody> </table>	洞口 (由左到右)	進洞數量	1	13	2	17	3	13	4	14	5	13	6	17	7	9	8	4
洞口 (由左到右)	進洞數量																				
1	13																				
2	17																				
3	13																				
4	14																				
5	13																				
6	17																				
7	9																				
8	4																				
8			 <table border="1"> <caption>彈珠落入孔洞分配圖 (短軸 8cm)</caption> <thead> <tr> <th>洞口 (由左到右)</th> <th>進洞數量</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>6</td></tr> <tr><td>2</td><td>11</td></tr> <tr><td>3</td><td>16</td></tr> <tr><td>4</td><td>21</td></tr> <tr><td>5</td><td>11</td></tr> <tr><td>6</td><td>17</td></tr> <tr><td>7</td><td>14</td></tr> <tr><td>8</td><td>4</td></tr> </tbody> </table>	洞口 (由左到右)	進洞數量	1	6	2	11	3	16	4	21	5	11	6	17	7	14	8	4
洞口 (由左到右)	進洞數量																				
1	6																				
2	11																				
3	16																				
4	21																				
5	11																				
6	17																				
7	14																				
8	4																				
10			 <table border="1"> <caption>彈珠落入孔洞分配圖 (短軸 10cm)</caption> <thead> <tr> <th>洞口 (由左到右)</th> <th>進洞數量</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>6</td></tr> <tr><td>2</td><td>9</td></tr> <tr><td>3</td><td>18</td></tr> <tr><td>4</td><td>26</td></tr> <tr><td>5</td><td>11</td></tr> <tr><td>6</td><td>17</td></tr> <tr><td>7</td><td>9</td></tr> <tr><td>8</td><td>4</td></tr> </tbody> </table>	洞口 (由左到右)	進洞數量	1	6	2	9	3	18	4	26	5	11	6	17	7	9	8	4
洞口 (由左到右)	進洞數量																				
1	6																				
2	9																				
3	18																				
4	26																				
5	11																				
6	17																				
7	9																				
8	4																				

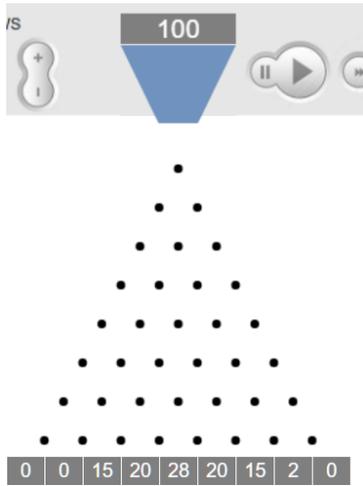
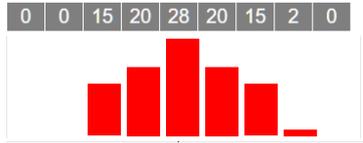
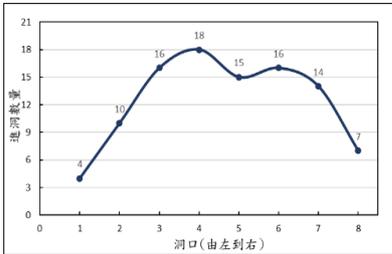
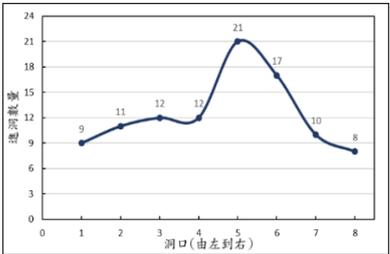




討論 1：

- (1) 由觀察探究1、2我們發現彈珠發射後會沿著檔板的弧度落下而影響彈珠的落下的位置，因此我們想改變檔板弧度，研究彈珠的落孔情形。
- (2) 我們先將市售的弧度作圖，發現是類似直徑15.1cm的圓形，所以我們先量測以直徑15.1的圓作出的弧，固定檔板寬度與市售的檔板相同作比較，發現彈珠落入孔洞分布情形比原弧度更接近鐘形分配圖(如左圖1)。
- (3) 固定檔板寬度與市售的檔板相同，以橢圓形固定橫向長軸為15.1cm(彈珠檯寬度)，改變短軸的長度，發現8cm、10cm、12cm、15.1cm都接近鐘型分配；而6cm分配圖偏左邊，18cm是偏右邊。
- (4) 據觀察發現，彈珠在橢圓短軸8cm、10cm、12cm、15.1cm沿著弧度落下時撞到阻擋釘後接近中間落下，而分配圖接近於鐘型分配→推論彈珠越靠近中間落下，越容易形成鐘型分配。
- (5) 所以我們想將彈珠控制落下的位置在中間，進行進一步的討論。

2. 將落孔寬度取一個彈珠的大小，觀察落入各個孔洞的分布情形。

釘板	高爾頓模擬	8釘6釘交錯排列	三角形
釘板			
彈珠落入洞分配圖			

討論 2：

- (1) Galton Board(高爾頓釘版)的模擬軟體模擬100顆球落下時，其分布的圖，接近鐘型分配來與實際DIY的彈珠台做比較。
- (2) 依據探究二中，釘子排列為三角形的釘板其彈珠落孔分布並沒有呈現鐘型分配。因此我們比較高爾頓釘板後，以實體實驗限制彈珠固定中點落下討論彈珠落孔分布的情形。
- (3) 固定中點彈珠落下在8釘6釘交錯的釘板中，彈珠集中落下在第4、第7彈道中，彈珠落下的分布圖接近鐘型分配。
- (4) 固定中點彈珠落下在三角形的釘板中，彈珠落下彈道與我們預測的一樣；彈珠由三角形正上方的彈孔落下，碰到最上面的釘子之後，彈珠就各有一半得機會彈落到第二排的那兩個釘子之一，隨後又各有一半的機會彈落到第三排。彈珠落下的分部曲線圖就是接近鐘形分配。
- (5) 故我們發現，彈珠越靠近中間落下，越容易形成鐘型分配。

四、結論

1.自然界、工業界及科學研究中許多資料都呈現鐘型曲線的累積分配現象，如圖3所示。資料所呈現的數值大部分會集中在中央，而數值越高或越低的出現次數會比較少，當我們將這些出現的次數累加起來，化成的曲線就會像一座鐘的形狀，這種現象所呈現的曲線圖形被稱為常態曲線或鐘型曲線圖。

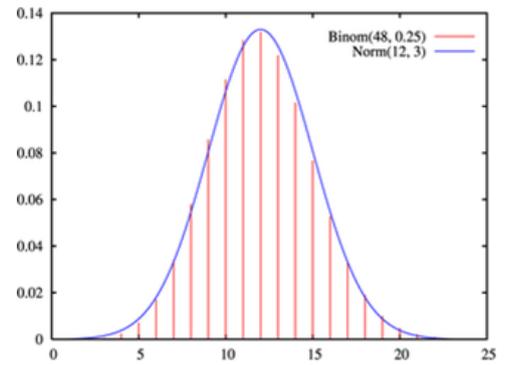


圖3 鐘型曲線

- 2.在手機APP彈珠台(虛擬實驗)及市售DIY彈珠台(實體實驗)的比較實驗中，在彈珠顆數固定的條件下，想要每一排都打進的機會不大；若想要刻意打中其中某一排也很難，控制力道就是一大因素。在虛擬實驗中，彈珠台遊戲裡力量條為六格力時，其透過電腦的試算及統計的數據繪製成圖表的呈現，比較接近鐘型曲線。在實體實驗對照虛擬實驗中的力量條為拉拉把的距離控制彈簧彈出的力道，透過圖表分析，實體彈珠台要**把拉拉把拉到底**，其彈出的力道接近遊戲中的六格力。
- 3.彈珠決定落點並非只是力道控制給予的初速度就行，板面上釘子的分布、彈珠滾動時產生的摩擦力以及碰到釘子的碰撞力，都會影響最後的結果。
- 4.探究二中，無釘板面彈珠會因為上方檔板的弧度，彈珠落下的彈道只單偏於左方，而在上方加阻釘的板面，彈珠會因為撞擊到左方的阻擋釘而使落下的彈道只單偏於右方。在下方有釘子的情形，釘子的間距是否影響彈珠落下的位置？改變釘子排列形狀是否符合會成鐘型分配？數據分析是否有特殊狀況？

釘子的間距是否影響彈珠落下的位置？

釘子間隔間距大彈珠落下的位置差異變化性多，間隔間距小的板面，彈珠集中進洞次數比較多，數據分析圖表較呈現出鐘型分配。

改變釘子排列形狀是否符合會成鐘形分配？

三角形的釘子分布是依據Galton Board(高爾頓釘版)的位置所研究，發現彈珠落入彈道及數據分析圖表中與我們的期望接近，較符合鐘型曲線圖。

數據分析是否有特殊狀況？

板面設計中我們以6個8個釘子設計5種排列，發現彈珠滾動軌跡及落下彈道較多趨向於右邊，是因為我們給予在彈珠的作用力加上碰撞壁面產生的反作用力，導致其發生不同軌跡的行進方向。在五種板面所形成數據分析圖中，並非都呈現鐘型曲線(常態分布)且有不同的誤差存在，推測可能是組裝時鋼釘沒有很直立而影響彈珠掉落的情形。在不同設計的弧形檔板也會影響彈珠掉落的情形。

5.一般而言，當彈珠在平面上做等速度運動時，彈珠行進的軌跡為直線前進；但是彈珠台並非是平面直線的彈道設計，彈珠檯面上檔板做弧形設計的彈道，使彈珠在滾動的過程中，因彈射沿著弧形彈道而產生位移的改變(如圖4所示)。

6.固定檔板弧形寬度(長軸)，改變短軸，不同短軸的檔板形成不同角度的弧形彈道，彈珠會沿著弧形彈道前進。當短軸越小，彈道的角度越大，彈珠的入射角小，撞擊阻擋釘後反射角也變小，彈珠落孔後比較沒有呈現出鐘型分配。

7.釘子排列為三角形的釘板其彈珠落孔分布並沒有呈現鐘型



圖4彈珠弧形彈道

分配。因此我們比較高爾頓釘板後，以實體實驗限制彈珠固定中點落下模擬高爾頓釘板中彈珠落入彈道的常態分佈圖的確符合鐘型曲線。故我們發現，**彈珠越靠近中間落下，越容易形成鐘型分配**。

五、未來展望

- 1.能以實驗情形在實際的情況下遊戲：由我們實驗的結果在園遊會時就可以實際的遊玩，體驗夜市老闆賺錢的秘密。
- 2.釘子的角度：彈珠台上釘子的角度有可能也是影響彈珠落孔分布的情況，其直立問題是我們尚未探討的空間，可以做進一步的研究。
- 3.彈珠檯的傾斜角：依據文獻的研究，彈珠的傾斜角也是影響彈珠落孔分布的原因之一，我們並未討論以我們釘板的情形加上傾斜角的落孔情形，是可以再討論的空間。

彈珠台遊戲是台灣夜市一大特色，是大、小朋友的最愛，老闆們事先『用心』，玩家當下『專心』，贏家最後『開心』。我們從無到有DIY組裝完整的彈珠台，利用所組裝的彈珠台依序完成所有的實驗，且由實體實驗進階到虛擬實驗，透過電腦軟體的模擬，完成實體做不到的工作。實驗的過程要重覆很多擲彈珠且一直紀錄結果過程，很無聊乏味，但實驗後我們運用電腦軟體EXCEL做圖形及分析，甚至還找到手機app虛擬的彈珠台遊戲，增添了我們不同的思考探究層面。希望未來可以結合電腦科技，做進一步研究。

參考資料

- 1.吳冠諺(2018)。中華民國第59屆中小學科學展覽會作品：輪盤遊戲-夜市老闆背後的秘密。
- 2.二項分佈彈珠台機率之參考網址：
http://phet.colorado.edu/sims/plinko-probability/plinko-probability_zh_TW.html
- 3.巴斯卡三角之圖例網址：
<http://www.skhsbs.edu.hk/math/inmath2/inmath2.files/mathematician.files/pascal.html>
- 4.林坤樑。由高三主題式活動：「數學實驗－利用彈珠台學機統」談起。
<http://www2.hwhs.tc.edu.tw/resource/openfid.php?id=19034>
- 5.臺北市第41屆中小學科學展覽會：彈珠台的秘密。
http://xn--djrpts8e06givco05g1ku.tw/news/u_news_v2.asp?id=%7BCAABEF6D-DC36-7A17-8FE7-A0D900FB9B88%7D&newsid=1894&PageNo=1&skeyword=