

嘉義市第 38 屆中小學科學展覽會作品說明書



作品名稱：大樂透研究

科 別：數學科

組 別：國中組

關 鍵 詞：機率、統計、樂透

編 號：

中 華 民 國 一 〇 九 年 三 月 十 八 日

# 目錄

摘要	1
壹、研究動機	1
貳、研究目的	1
參、研究設備與器材	1
肆、研究過程與方法	2
一、研究流程圖	2
二、文獻探討	2
伍、研究結果	5
一、探究 103 年至 108 年期間頭獎中獎次數實際機率與理論期望值比較	5
二、探究不同遊戲則的各獎項獎金理論期望值	7
三、連續不中獎的線性討論	12
陸、結論	15
柒、參考資料	15

## 摘要

本研究中，我們先調查了大樂透官方網站公布的獎金分配方式，以及統計自 103 年至 107 年各期的銷售金額與中獎注數及頭獎金額。研究頭獎機率理論期望值，比較理論期望值與實際頭獎中獎機率的差異，發現 103 年的頭獎中獎次數偏高，其餘年份符合理論期望值。計算各獎中獎機率以及獎金期望值，探討不同時期獎金分配方式。進一步觀察連續不中獎之獎金總額與頭獎金額之間呈現特定關係，進而推導出不中頭獎時，下一期投注注數與上期投注注數之關係。

## 壹、研究動機

網路、媒體上經常播報大樂透頭獎上看 n 億元，看著頭獎金額一路攀升，【一卷在手，希望無窮】的觀念下，簽注彩卷彷彿是一種全民運動，且越多人簽注頭獎獎金似乎就升的越快。

我們對樂透中獎機率很有興趣，大樂透各獎的中獎機率到底是多少？投注總注數能否預測？

## 貳、研究目的

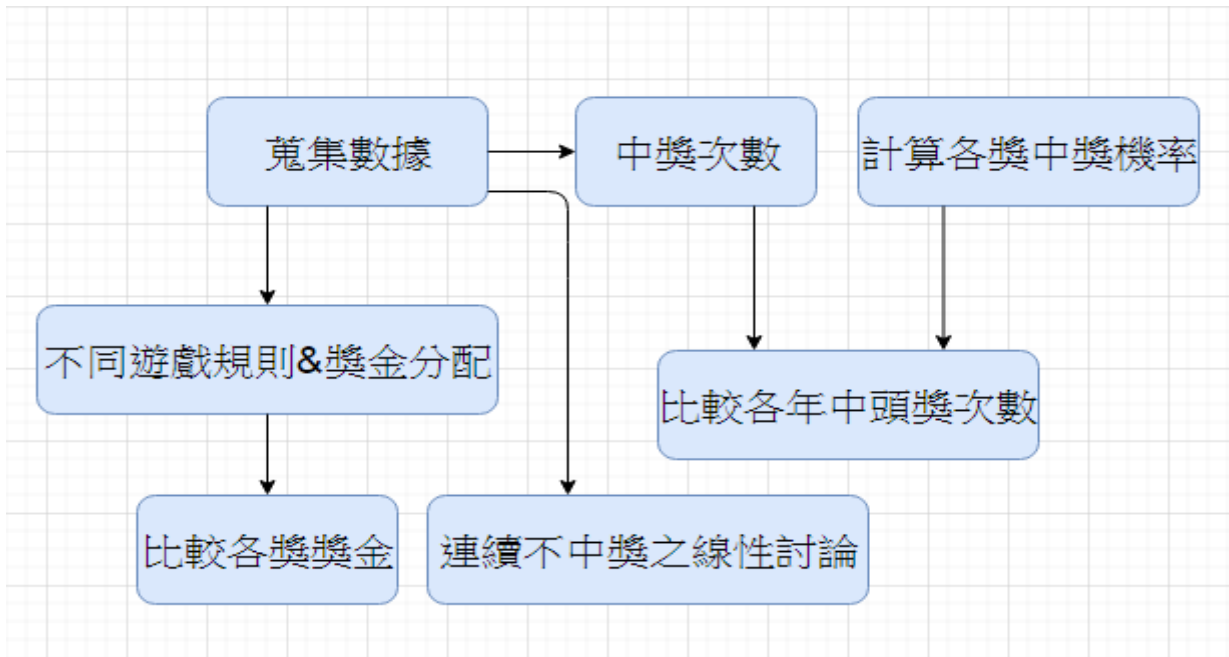
- 一、探究 103 年至 107 年期間頭獎中獎次數實際機率與理論期望值比較。
- 二、探究不同遊戲規則的各獎項獎金理論期望值。
- 三、連續十期以上不中頭獎的情況下，頭獎金額與投注注數的關係。

## 參、研究設備與器材

- 一、筆記型電腦。
- 二、製圖軟體小畫家、流程圖軟體 Draw.io、統計軟體 SPSS
- 三、紙、筆。
- 四、列表機。

## 肆、研究過程與方法

### 一、研究流程圖



### 二、文獻探討

#### (一)關於台灣彩券公司

台灣彩券(股)公司於 95 年 7 月 18 日設立，為中信金控旗下之子公司，主要業務為受中信銀行委託辦理自 96 年 1 月 1 日至 102 年 12 月 31 日公益彩券之發行、銷售、促銷、開兌獎作業及管理事宜，中信銀行並已取得第四屆公益彩券發行權，期間自 103 年 1 月 1 日起至 112 年 12 月 31 日止。(以上取自中國信託官方網站-子公司成員-台灣彩券)

#### (二) 大樂透遊戲規則

(103 年 9 月 26 日 103000081 期前)

獎項	中獎方式	簽中機率
頭獎	當期六個獎號完全相同者	0.000007%
貳獎	當期中獎號其中任五碼+特別號	0.000043%
參獎	當期中獎號其中任五碼	0.001802%
肆獎	當期中獎號其中任四碼+特別號	0.004505%
伍獎	當期中獎號其中任四碼	0.092357%
陸獎	當期中獎號其中任三碼+特別號	0.123142%
柒獎	無	無
普獎	當期中獎號其中任三碼	1.641898%

(103年9月26日 103000081期起)

獎項	中獎方式	簽中機率
頭獎	當期六個獎號完全相同者	0.000007%
貳獎	當期中獎號其中任五碼+特別號	0.000043%
參獎	當期中獎號其中任五碼	0.001802%
肆獎	當期中獎號其中任四碼+特別號	0.004505%
伍獎	當期中獎號其中任四碼	0.092357%
陸獎	當期中獎號其中任三碼+特別號	0.123142%
柒獎	當期中獎號其中任二碼+特別號	1.231424%
普獎	當期中獎號其中任三碼	1.641898%

獎金分配方式(103年9月26日 103000081期前)

獎項	頭獎	貳獎	參獎	肆獎	伍獎	陸獎	柒獎	普獎
獎金分配比率	58%	9%	9%	5%	19%	\$1000	無	\$400

總獎金為銷售金額的55%，先扣除陸獎、普獎獎金之後，餘額再分配給頭獎至伍獎，其比例依上面表格。

獎金分配方式(103年9月26日103000081期至106年7月11日106000059期)

獎項	頭獎	貳獎	參獎	肆獎	伍獎	陸獎	柒獎	普獎
獎金分配比率	73% (至少1億元)	6%	6%	4%	11%	\$1000	\$400	\$400

總獎金為銷售金額的55%，先扣除陸獎到普獎獎金之後，餘額再分配給頭獎至伍獎，其比例依上面表格。

獎金分配方式(106年7月11日 106000059期起)

獎項	頭獎	貳獎	參獎	肆獎	伍獎	陸獎	柒獎	普獎
獎金分配比率	82% (至少1億元)	6.5%	7%	4.5%	\$2000	\$1000	\$400	\$400

總獎金為銷售金額的56%，先扣除伍獎到普獎獎金之後，餘額再分配給頭獎至肆獎，其比例依上面表格。

熱門號碼開出，致使伍獎至普獎獎金合計超過當期總獎金之65%時，伍獎、陸獎和柒獎仍依原固定金額分配，普獎獎額改依當期總獎金之65%扣除伍獎、陸獎和柒獎獎金總額後由普獎中獎注數均分，其餘頭、貳、參、肆各獎仍依原比率分配。

(三)大樂透各個獎項之理論中獎機率

根據遊戲規則知下注時由 49 個號碼取 6 個號碼，再簽加一個特別號。所有簽注的組合數

為  $C_6^{49} \times C_1^{43}$ 。

#### 1.頭獎機率

頭獎為六個號碼全中，特別號不計。頭獎總簽數為  $C_6^6=1$ ，故機率為

$$\frac{C_6^6}{C_6^{49}} = \frac{1}{\frac{49 \times 48 \times 47 \times 46 \times 45 \times 44}{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}} \approx 0.00000007151124$$

#### 2.二獎機率

二獎為中五碼加特別號。二獎總簽數為  $C_5^6 \times C_1^1 = 6$ ，故機率為

$$\frac{C_5^6 \times C_1^1}{C_6^{49}} = \frac{6}{\frac{49 \times 48 \times 47 \times 46 \times 45 \times 44}{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}} \approx 0.0000004290674$$

#### 3.三獎機率

三獎為中五碼。三獎總簽數為  $C_5^6 \times C_1^{42} = 252$ ，故機率為

$$\frac{C_5^6 \times C_1^{42}}{C_6^{49}} = \frac{252}{\frac{49 \times 48 \times 47 \times 46 \times 45 \times 44}{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}} \approx 0.0000180283$$

#### 4.四獎機率

四獎為中四碼加特別號。四獎總簽數  $C_4^6 \times C_1^1 \times C_1^{42} = 630$ ，故機率為

$$\frac{C_4^6 \times C_1^1 \times C_1^{42}}{C_6^{49}} = \frac{630}{\frac{49 \times 48 \times 47 \times 46 \times 45 \times 44}{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}} \approx 0.00004505208$$

#### 5.五獎機率

五獎為中四碼。五獎總簽數  $C_4^6 \times C_2^{42} = 12240$ ，故機率為

$$\frac{C_4^6 \times C_2^{42}}{C_6^{49}} = \frac{12240}{\frac{49 \times 48 \times 47 \times 46 \times 45 \times 44}{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}} \approx 0.000923567$$

#### 6.六獎機率

六獎為中三碼加特別號。六獎總簽數為數  $C_3^6 \times C_1^1 \times C_2^{42} = 17220$ ，故機率為

$$\frac{C_3^6 \times C_1^1 \times C_2^{42}}{C_6^{49}} = \frac{17220}{\frac{49 \times 48 \times 47 \times 46 \times 45 \times 44}{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}} \approx 0.001231423$$

#### 7.七獎機率

七獎為中二碼加特別號。七獎為總簽數  $C_2^6 \times C_1^1 \times C_3^{42} = 172200$ ，故機率為

$$\frac{C_2^6 \times C_1^1 \times C_3^{42}}{C_6^{49}} = \frac{172200}{\frac{49 \times 48 \times 47 \times 46 \times 45 \times 44}{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}} \approx 0.012314235$$

## 8. 普獎機率

普獎為中三碼。普獎總簽數為  $C_3^6 \times C_3^{42} = 229600$ ，故機率為

$$\frac{C_3^6 \times C_3^{42}}{C_6^{49}} = \frac{229600}{\frac{49 \times 48 \times 47 \times 46 \times 45 \times 44}{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}} \approx 0.01641898$$

## 伍、研究結果

### 一、探究 103 年至 107 年期間頭獎中獎次數實際機率與理論期望值比較

考慮開出頭獎的機率，先看一整年的注數，推導出一期的平均頭獎注數。頭獎是 49 個數字取 6 個數字， $C_6^{49}=13983816$ ，也就是說 13983816 注才會中一次。算出一期會中頭獎的期望值是多少，與當年的頭獎注數比較，驗證期望值與實際中獎注數是否吻合。

以 103 年的第 1 期到第 109 期為例，總注數是 294983446 注，平均一期 2731328 注，13983816 注中一次頭獎。一期會中頭獎的期望值是  $2731328/13983816=0.1953206478$ ，一期中頭獎的期望值是五分之一，也就是大約五期會中一次頭獎。但是對照 103 年的中獎注數，109 期中 36 注，中獎機率方法約為三分之一。

銷售金額：由大樂透官方網站資料統計得到

總注數 = 總銷售金額  $\times$  0.02

全年中頭獎注數理論期望值 =  $\frac{1}{C_6^{49}} \times$  全年總注數

實際全年中獎注數：由大樂透官方網站統計得到

根據以上方法製作下列表格：

年份	總銷售金額	總注數	全年中頭獎注數理論期望值	實際全年中頭獎注數
103	14749172300	294983446	21 注	36 注
104	14641817100	292836342	20 注	23 注
105	12941437900	258828758	18 注	20 注
106	13350786150	267015723	19 注	21 注
107	13931502910	278630058	19 注	18 注

103 年中獎次數與期望值相差最多，且觀察資料後發現 103 年的頭獎一期中 2 注次數較多，我們查了大樂透的歷史，發現自 103 年，起適逢中信銀行取得第四屆公益彩券發行權。

以下擬用 SPSS 做單一樣本 T 檢定，檢驗各年之頭獎中獎次數與理論期望值是否吻合。

步驟一：從台灣公益彩卷官方網站蒐集 103 年到 107 年度，每一期大樂透的銷售金額以及中頭獎的注數。

步驟二：利用 excel 計算出 103 年度到 107 年度大樂透各期的頭獎樣本機率。

頭獎樣本機率計算方式：

$$\text{該期頭獎樣本機率} = \frac{\text{頭獎中獎注數}}{\text{該期投注注數}} = \frac{\text{頭獎中獎注數}}{\text{該期銷售金額} \div 50} = \frac{\text{頭獎中獎注數} \times 50}{\text{該期銷售金額}}$$

步驟三：利用 SPSS 軟體，對 103 年度到 107 年度頭獎樣本機率做單一樣本 T 檢定。

取檢定值為  $\frac{1}{C_6^{49}} = 0.0000000715112$ 。

單一樣本統計量

	個數	平均數	標準差	平均數的標準誤
VAR103	108	1.27638593E-7	2.45987653E-7	2.3670173E-8
VAR104	109	7.5198523E-8	1.95987175E-7	1.8772167E-8
VAR105	111	7.4018018E-8	1.85314768E-7	1.7589299E-8
VAR106	108	6.4889815E-8	1.78900826E-7	1.7214740E-8
VAR107	108	5.7722222E-8	1.44585055E-7	1.3912703E-8

單一樣本檢定

	檢定值 = 0.0000000715112					
	t	自由度	顯著性 (雙尾)	平均差異	差異的 95% 信賴區間	
					下界	上界
VAR103	2.371	107	.020	5.6127393E-8	9.204035E-9	1.03050750E-7
VAR104	.196	108	.845	3.687323E-9	-3.3522368E-8	4.0897014E-8
VAR105	.143	110	.887	2.506818E-9	-3.2351045E-8	3.7364681E-8
VAR106	-.385	107	.701	-6.621385E-9	-4.0747600E-8	2.7504829E-8
VAR107	-.991	107	.324	-1.3788978E-8	-4.1369290E-8	1.3791334E-8

上表中，VAR103 代表 103 年各期頭獎樣本機率；VAR104 代表 104 年各期頭獎樣本機率，其餘以此類推。

觀察 103 年到 107 年間，五年資料的顯著性，發現 104 年至 107 年皆無顯著差異。只有 103 年的顯著性=0.020 < 0.05，與檢定值有顯著差異。故由此可判斷 103 年大樂透的頭獎中獎



機率確實高於理論頭獎中獎機率。其餘年份無差別。

## 二、探究不同遊戲規則及獎金分配方式對頭獎、貳獎、參獎、肆獎、伍獎獎金之比較

前一期未累積任何獎金的情況之下，討論各獎金的理論期望值。

(一)103年9月26日 103000081期前:

### 1. 大樂透之理論頭獎金額

頭獎獎金期望值 = [總獎金額 - (陸獎 + 普獎)] × 0.58

$$\begin{aligned} &= \{(\text{總銷售金額} \times 0.55) - \text{注數} \times [(1000 \times 0.00123) + (400 \times 0.01641898)]\} \times \\ &\quad 0.58 \\ &= [(\text{注數} \times 50 \times 0.55) - \text{注數} \times (1.23 + 6.567592)] \times 0.58 \\ &= \text{注數} \times (27.5 - 1.23 - 6.567592) \times 0.58 \\ &= \text{注數} \times 19.702408 \times 0.58 = \text{注數} \times 11.42739664 \end{aligned}$$

### 2. 大樂透之理論貳獎金額

貳獎金額期望值 = [總獎金額 - (陸獎 + 普獎)] × 0.09

$$\begin{aligned} &= \{(\text{總銷售金額} \times 0.55) - \text{注數} \times [(1000 \times 0.00123) + (400 \times 0.01641898)]\} \times \\ &\quad 0.09 \\ &= [(\text{注數} \times 50 \times 0.55) - \text{注數} \times (1.23 + 6.567592)] \times 0.09 \\ &= \text{注數} \times (27.5 - 1.23 - 6.567592) \times 0.09 \\ &= \text{注數} \times 19.702408 \times 0.09 = \text{注數} \times 1.77321672 \end{aligned}$$

### 3. 大樂透之理論參獎金額

參獎金額期望值 = [總獎金額 - (陸獎 + 普獎)] × 0.09

$$\begin{aligned} &= \{(\text{總銷售金額} \times 0.55) - \text{注數} \times [(1000 \times 0.00123) + (400 \times 0.01641898)]\} \times \\ &\quad 0.09 \\ &= [(\text{注數} \times 50 \times 0.55) - \text{注數} \times (1.23 + 6.567592)] \times 0.09 \\ &= \text{注數} \times (27.5 - 1.23 - 6.567592) \times 0.09 \\ &= \text{注數} \times 19.702408 \times 0.09 = \text{注數} \times 1.77321672 \end{aligned}$$

### 4. 大樂透之理論肆獎金額

肆獎金額期望值 = [總獎金額 - (陸獎 + 普獎)] × 0.05

$$\begin{aligned}
&= \{(\text{總銷售金額} \times 0.55) - \text{注數} \times [(1000 \times 0.00123) + (400 \times 0.01641898)]\} \times \\
&\quad 0.05 \\
&= [(\text{注數} \times 50 \times 0.55) - \text{注數} \times (1.23 + 6.567592)] \times 0.05 \\
&= \text{注數} \times (27.5 - 1.23 - 6.567592) \times 0.05 \\
&= \text{注數} \times 19.702408 \times 0.05 = \text{注數} \times 0.9851204
\end{aligned}$$

#### 5. 大樂透之理論伍獎金額

$$\begin{aligned}
\text{伍獎金額期望值} &= [\text{總獎金額} - (\text{陸獎} + \text{普獎})] \times 0.19 \\
&= \{(\text{總銷售金額} \times 0.55) - \text{注數} \times [(1000 \times 0.00123) + (400 \times 0.01641898)]\} \times \\
&\quad 0.19 \\
&= [(\text{注數} \times 50 \times 0.55) - \text{注數} \times (1.23 + 6.567592)] \times 0.19 \\
&= \text{注數} \times (27.5 - 1.23 - 6.567592) \times 0.19 \\
&= \text{注數} \times 19.702408 \times 0.19 = \text{注數} \times 3.74345752
\end{aligned}$$

$$6. \text{陸獎獎金期望值} = \text{陸獎獎金} \times \text{陸獎機率} = 1000 \times 0.00123 = 1.23$$

$$7. \text{柒獎額期望值} = \text{柒獎中獎機率} \times \text{柒獎金額} = 0.0123 \times 400 = 4.92$$

$$8. \text{普獎獎金期望值} = \text{普獎獎金} \times \text{普獎機率} = 400 \times 0.01641898 = 6.567592$$

(二)103年9月26日 103000081期至 106年7月11日 10600005期:

#### 1. 大樂透之理論頭獎金額

$$\begin{aligned}
\text{頭獎獎金期望值} &= [\text{總獎金額} - (\text{陸獎} + \text{柒獎} + \text{普獎})] \times 0.73 \\
&= \{(\text{總銷售金額} \times 0.55) - \text{注數} \times [(1000 \times 0.00123) + (400 \times 0.0123) + (400 \times \\
&\quad 0.01641898)]\} \times 0.73 \\
&= [(\text{注數} \times 50 \times 0.55) - \text{注數} \times (1.23 + 4.92 + 6.567592)] \times 0.73 \\
&= \text{注數} \times (27.5 - 12.717592) \times 0.73 \\
&= \text{注數} \times 14.782408 \times 0.73 \\
&= \text{注數} \times 10.79115784
\end{aligned}$$

#### 2. 大樂透之理論貳獎金額

$$\begin{aligned}
\text{貳獎金額期望值} &= [\text{總獎金額} - (\text{陸獎} + \text{柒獎} + \text{普獎})] \times 0.06 \\
&= \{(\text{總銷售金額} \times 0.55) - \text{注數} \times [(1000 \times 0.00123) + (400 \times 0.0123) + (400 \times
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 0.01641898)]} \times 0.06 \\
= & [(\text{注數} \times 50 \times 0.55) - \text{注數}(1.23 + 4.92 + 6.567592)] \times 0.06 \\
= & \text{注數}(27.5 - 12.717592) \times 0.06 \\
= & \text{注數} \times 14.782408 \times 0.06 \\
= & \text{注數} \times 0.88694448
\end{aligned}$$

### 3. 大樂透之理論參獎金額

$$\begin{aligned}
\text{參獎金額期望值} = & [\text{總獎金額} - (\text{陸獎} + \text{柒獎} + \text{普獎})] \times 0.06 \\
= & \{(\text{總銷售金額} \times 0.55) - \text{注數}[(1000 \times 0.00123) + (400 \times 0.0123) + (400 \times \\
& 0.01641898)]\} \times 0.06 \\
= & [(\text{注數} \times 50 \times 0.55) - \text{注數}(1.23 + 4.92 + 6.567592)] \times 0.06 \\
= & \text{注數}(27.5 - 12.717592) \times 0.06 \\
= & \text{注數} \times 14.782408 \times 0.06 \\
= & \text{注數} \times 0.88694448
\end{aligned}$$

### 4. 大樂透之理論肆獎金額

$$\begin{aligned}
\text{肆獎金額期望值} = & [\text{總獎金額} - (\text{陸獎} + \text{柒獎} + \text{普獎})] \times 0.04 \\
= & \{(\text{總銷售金額} \times 0.55) - \text{注數}[(1000 \times 0.00123) + (400 \times 0.0123) + (400 \times \\
& 0.01641898)]\} \times 0.04 \\
= & [(\text{注數} \times 50 \times 0.55) - \text{注數}(1.23 + 4.92 + 6.567592)] \times 0.04 \\
= & \text{注數}(27.5 - 12.717592) \times 0.04 \\
= & \text{注數} \times 14.782408 \times 0.04 \\
= & \text{注數} \times 0.59129632
\end{aligned}$$

### 5. 大樂透之理論伍獎金額

$$\begin{aligned}
\text{伍獎金額期望值} = & [\text{總獎金額} - (\text{陸獎} + \text{柒獎} + \text{普獎})] \times 0.11 \\
= & \{(\text{總銷售金額} \times 0.55) - \text{注數}[(1000 \times 0.00123) + (400 \times 0.0123) + (400 \times \\
& 0.01641898)]\} \times 0.11 \\
= & [(\text{注數} \times 50 \times 0.55) - \text{注數}(1.23 + 4.92 + 6.567592)] \times 0.11 \\
= & \text{注數}(27.5 - 12.717592) \times 0.11
\end{aligned}$$

$$= \text{注數} \times 14.782408 \times 0.11 = \text{注數} \times 1.62606488$$

$$6. \text{陸獎獎金期望值} = \text{陸獎獎金} \times \text{陸獎機率} = 1000 \times 0.00123 = 1.23$$

$$7. \text{柒獎額期望值} = \text{柒獎中獎機率} \times \text{柒獎金額} = 0.0123 \times 400 = 4.92$$

$$8. \text{普獎獎金期望值} = \text{普獎獎金} \times \text{普獎機率} = 400 \times 0.01641898 = 6.567592$$

(三)106年7月11日 106000059期後:

### 1. 大樂透之理論頭獎金額

$$\text{頭獎金額期望值} = [\text{總獎金額} - (\text{伍獎} + \text{陸獎} + \text{柒獎} + \text{普獎})] \times 0.82$$

$$= \{(\text{總銷售金額} \times 0.56) - \text{注數}[(0.000923 \times 2000) + (0.00123 \times 1000) + (0.0123 \times 400) + (0.01641898 \times 400)]\} \times 0.82$$

$$= [(\text{注數} \times 50 \times 0.56) - \text{注數}(1.846 + 1.23 + 4.92 + 6.567592)] \times 0.82$$

$$= \text{注數}(28 - 14.563592) \times 0.82$$

$$= \text{注數} \times 13.436408 \times 0.82$$

$$= \text{注數} \times 11.0401454$$

### 2. 大樂透之理論貳獎金額

$$\text{貳獎金額期望值} = [\text{總獎金額} - (\text{伍獎} + \text{陸獎} + \text{柒獎} + \text{普獎})] \times 0.065$$

$$= \{(\text{總銷售金額} \times 0.56) - \text{注數}[(0.000923 \times 2000) + (0.00123 \times 1000) + (0.0123 \times 400) + (0.01641898 \times 400)]\} \times 0.065$$

$$= [(\text{注數} \times 50 \times 0.56) - \text{注數}(1.846 + 1.23 + 4.92 + 6.567592)] \times 0.065$$

$$= \text{注數} \times (28 - 14.563592) \times 0.065$$

$$= \text{注數} \times 13.436408 \times 0.065$$

$$= \text{注數} \times 0.87336652$$

### 3. 大樂透之理論參獎金額

$$\text{參獎金額期望值} = [\text{總獎金額} - (\text{伍獎} + \text{陸獎} + \text{柒獎} + \text{普獎})] \times 0.07$$

$$= \{(\text{總銷售金額} \times 0.56) - \text{注數}[(0.000923 \times 2000) + (0.00123 \times 1000) + (0.0123 \times 400) + (0.01641898 \times 400)]\} \times 0.07$$

$$= [(\text{注數} \times 50 \times 0.55) - \text{注數}(1.846 + 1.23 + 4.92 + 6.567592)] \times 0.065$$

$$= \text{注數}(28 - 14.563592) \times 0.07$$

$$= \text{注數} \times 13.436408 \times 0.07$$

$$= \text{注數} \times 0.94054856$$

#### 4.大樂透之理論肆獎金額

$$\text{肆獎金額期望值} = [\text{總獎金額} - (\text{伍獎} + \text{陸獎} + \text{柒獎} + \text{普獎})] \times 0.045$$

$$= \{ (\text{總銷售金額} \times 0.56) - \text{注數} [ (0.000923 \times 2000) + (0.00123 \times 1000) + (0.0123 \times 400) + (0.01641898 \times 400)] \} \times 0.045$$

$$= [(\text{注數} \times 50 \times 0.56) - \text{注數}(1.846 + 1.23 + 4.92 + 6.567592)] \times 0.045$$

$$= \text{注數}(28 - 14.563592) \times 0.045$$

$$= \text{注數} \times 13.436408 \times 0.045 = \text{注數} \times 0.60463836$$

$$5. \text{伍獎金額期望值} = \text{伍獎中獎機率} \times \text{伍獎金額} = 0.000923 \times 2000 = 1.846$$

$$6. \text{陸獎金額期望值} = \text{陸獎中獎機率} \times \text{陸獎金額} = 0.00123 \times 1000 = 1.23$$

$$7. \text{柒獎額期望值} = \text{柒獎中獎機率} \times \text{柒獎金額} = 0.0123 \times 400 = 4.92$$

$$8. \text{普獎金額期望值} = \text{普獎中獎機率} \times \text{普獎金額} = 0.01641898 \times 400 = 6.567592$$

以下為各個獎項獎金期望值

	103年9月26日 103000081期前	103年9月26日 103000081期至106年 7月11日106000059 期	106年7月11日 106000059期起
頭獎	注數×11.42739664	注數×10.79115784	注數×11.0401454
貳獎	注數×1.77321672	注數×0.88694448	注數×0.87336652
參獎	注數×1.77321672	注數×0.88694448	注數×0.94054856
肆獎	注數×0.9851204	注數×0.59129632	注數×0.60463836
伍獎	注數×3.74345752	注數×1.62606488	1.84714
陸獎	1.23142	1.23142	1.23142
柒獎	4.925696	4.925696	4.925696
普獎	6.567592	6.567592	6.567592

### 三、連續不中獎之線性討論

我們抓出連續十期以上沒有中頭獎的期別，觀察其總獎金額與頭獎金額之關係，發現獎金總額以及頭獎金額呈正相關。令  $x$  座標為獎金總額， $y$  座標為頭獎金額，以最小平方法利用 excel 做出線性回歸直線。在 106/7/11 之前，獎金總額=銷售金額×55%， $x$  為獎金總額， $y$  為頭獎金額， $y$  平均為  $x$  的 0.918143 倍。在 106/7/11 之後，獎金總額=銷售金額×56%， $x$  為獎金總額， $y$  為頭獎金額， $y$  平均為  $x$  的 0.94426 倍。以下是我們的資料:

#### (一)回歸直線之斜率討論

在 103 年 9 月 26 日以前，出現過一次連續十期以上不中頭獎

此時期之獎金總額=銷售金額 ×55%，頭獎金額分配比例為 58%

連續不中頭獎時間	總獎金額/頭獎金額 回歸直線方程式
103/6/20-7/22	$y = 0.9421x - 3 \times 10^7$

在 103 年 9 月 26 日至 106 年 7 月 11 日期間共出現過六次連續十期以上不中頭獎

此時期之獎金總額=銷售金額×55%，頭獎金額分配比例為 73%

連續不中頭獎時間	總獎金額/頭獎金額 回歸直線方程式
104/4/10-5/27	$y = 0.9366x - 3 \times 10^7$
104/6/23-7/28	$y = 1.0085x - 4 \times 10^7$
104/8/18-9/22	$y = 0.9486x - 3 \times 10^7$
105/6/24-8/2	$y = 0.9648x - 2 \times 10^7$
105/8/12-10/7	$y = 0.8915x - 2 \times 10^7$
106/4/14-5/26	$y = 0.9349x - 2 \times 10^7$

以上六次直線回歸之平均斜率為 0.918143

在 106 年 7 月 11 日至 107 年 12 月 31 日期間，共出現過五次連續十期以上不中頭獎

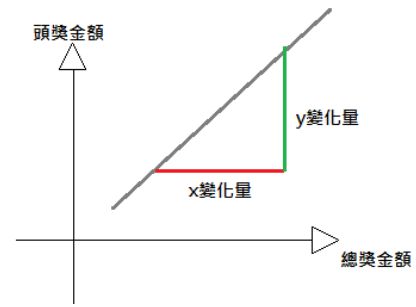
此時期之獎金總額=銷售金額×56%，頭獎金額分配比例為 82%

連續不中頭獎時間	總獎金額/頭獎金額 回歸直線方程式
106/7/28-9/1	$y = 0.9606x - 3 \times 10^7$
106/9/22-11/3	$y = 0.9505x - 3 \times 10^7$
106/11/10-12/29	$y = 0.9303x - 2 \times 10^7$
107/3/13-5/25	$y = 0.922x - 2 \times 10^7$
107/7/3-8/28	$y = 0.9543x - 2 \times 10^7$

以上五次直線回歸之斜率平均為 0.944267

(二)回歸直線斜率與投注注數之討論

$$\text{斜率} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\text{第}n\text{期頭獎金額} - \text{第}n-1\text{期頭獎金額}}{\text{第}n\text{期總獎金額} - \text{第}n-1\text{期總獎金額}}$$



$$= \frac{(\text{第}n\text{期注數} \times \text{頭獎獎金期望值} + \text{上期末中之頭獎金額}) - \text{第}n-1\text{期頭獎金額}}{\text{第}n\text{期總獎金額} - \text{第}n-1\text{期總獎金額}}$$

令第 n 期投注總注數有 A 注

第 n-1 期投注總注數有 B 注

1. 103 年 9 月 26 日 103000081 前，斜率為 0.9421

$$0.9421 = \frac{\text{第}n\text{期注數} \times 11.42739664}{\text{第}n\text{期注數} \times 50 \times 55\% + \text{上期末中之獎金} - (\text{第}n-1\text{期注數} \times 50 \times 55\% + \text{上期末中之獎金})}$$

$$0.9421 = \frac{A \times 11.42739664}{A \times 50 \times 0.55 - B \times (50 \times 0.55 - 11.42739664)}$$

$$0.9421[A \times 50 \times 0.55 - B \times (50 \times 0.55 - 11.42739664)] = A \times 11.42739664$$

$$A = \frac{15.149997}{14.4803534} \times B$$

$$A = 1.04624498 \times B$$

2. 103 年 9 月 26 日 103000081 期至 106 年 7 月 11 日 106000059 期

斜率平均為 0.918143

0.918143

$$= \frac{\text{第}n\text{期注數} \times 10.79115784}{\text{第}n\text{期注數} \times 50 \times 55\% + \text{上期末中之獎金} - (\text{第}n-1\text{期注數} \times 50 \times 55\% + \text{上期末中之獎金})}$$

$$0.918143 = \frac{A \times 10.79115784}{A \times 50 \times 0.55 - B \times (50 \times 0.55 - 10.79115784)}$$

$$0.918143[A \times 50 \times 0.55 - B \times (50 \times 0.55 - 10.79115784)] = A \times 10.79115784$$

$$A \times (0.918143 \times 50 \times 0.55 - 10.79115784) = 0.918143 \times B \times (50 \times 0.55 - 10.79115784)$$

$$A = \frac{15.3411065}{14.4577747} \times B$$

$$A = 1.06109736 \times B$$

3. 106 年 7 月 11 日 106000059 期起

斜率平均為 0.944267

0.944267

$$= \frac{\text{第}n\text{期注數} \times 11.040154}{\text{第}n\text{期注數} \times 50 \times 56\% + \text{上期末中之獎金} - (\text{第}n-1\text{期注數} \times 50 \times 56\% + \text{上期末中之獎金})}$$

$$0.944267 = \frac{A \times 11.040154}{A \times 50 \times 0.56 - B \times (50 \times 0.56 - 11.040154)}$$

$$0.944267[A \times 50 \times 0.56 - B \times (50 \times 0.56 - 11.040154)] = A \times 11.040154$$

$$0.944267 \times A \times 50 \times 0.56 - A \times 11.040154 = 0.944267 \times B \times (50 \times 0.56 - 11.040154)$$

$$A \times (0.944267 \times 50 \times 0.56 - 11.040154) = 0.944267 \times B \times (50 \times 0.56 - 11.040154)$$

$$A = \frac{16.014622902882}{15.399322} \times B$$

$$A = 1.03995636320106 \times B$$

	103年9月26日 103000081期以前	103年9月26日103000081 期至106年7月11日 106000059期	106年7月11日 106000059期起
$\frac{\text{第}n\text{期投注注數}}{\text{第}n-1\text{期投注注數}}$	1.04624498	1.0610973	1.03995636320106

從以上推導，可得結論

未中頭獎時，前後期投注注數比值呈定值，約為 1.04。

### (三)檢驗比值

針對連續不中頭獎各期投注注數，計算連續兩期投注注數的比值，檢驗是否符合我們的推論。

#### 1. 103年9月26日103000081前

期別	銷售金額	後期注數/前期注數
103000053	98019550	0.973452745
103000054	95417400	1.045061488
103000055	99717050	0.965075682
103000056	96234500	1.070213385
103000057	102991450	1.011682523
103000058	104194650	1.084410284
103000059	112989750	1.081060008
103000060	122148700	1.171337476
103000061	143077350	1.023254205
103000062	146404500	



後期注數比前期注數之比值平均為 1.047283088，非常接近我們的推論。

之後兩個不同規則的時期，也依照上述方法做前後期投注注數比值，並計算其平均，得結果如下：

	103 年 9 月 26 日 103000081 期以前	103 年 9 月 26 日 103000081 期至 106 年 7 月 11 日 106000059 期	106 年 7 月 11 日 106000059 期起
由斜率推導之 $\frac{\text{第 } n \text{ 期投注注數}}{\text{第 } n - 1 \text{ 期投注注數}}$	1.04624498	1.0610973	1.03995636320106
實際計算各期 $\frac{\text{第 } n \text{ 期投注注數}}{\text{第 } n - 1 \text{ 期投注注數}}$ 之比值平均	1.047283088	1.057893194	1.042032

檢驗結果與回歸直線之斜率討論之結果很接近。故此結論可用來預測當未中頭獎時，下一期投注的注數約為當期投注注數的 1.04 倍。

## 陸、結論

- 一、103 年中頭獎次數高於理論期望值。
- 二、可由投注注數快速推算出頭獎及各獎項金額期望值。
- 三、前期未中獎時，下一期的投注注數可由上期注數推得。

## 柒、參考資料

- 一、大樂透官方網站。取自 <https://www.taiwanlottery.com.tw/Lotto649/index.asp>。
- 二、何冠宏，李文平，陳建佑，鍾志泓(2005)。來搞 BL。中華民國第 45 屆中小學科展。
- 三、Rich happy。大樂透所有中獎率加起來多少%。取自 <http://richhappy.pixnet.net/blog/post/268558320%E3%80%90%E5%A4%A7%E6%A8%82%E9%80%8F%E3%80%91>
- 四、南一書局(2002)。選修數學上冊甲版。台南市：作者。
- 五、中國信託官方網站。取自 <http://www.ctbcholding.com/lotto.html>。