

嘉義市第 38 屆中小學科學展覽會

作品說明書



科別：地球科學科

組別：國小組

作品名稱：「閏年？閏月？不要再混淆了」——
陽曆與陰陽合曆關係的探討

關鍵詞：曆法、閏月、陰陽合曆

編號：

摘要：

- 一、陽曆每年有 365 天，每四年置閏年一次，置閏年時，二月有 29 日，逢百不閏，逢 400 又閏，每 400 年置閏年 97 次，其餘為平年。使得每一年的平均日數為 365.2425 日。
- 二、陰曆中的伊斯蘭曆，不設閏月，閏年於第 12 個月後加一天，每 30 年中設 11 個閏年。
- 三、陰陽合曆置閏的原則為：每 19 年必須有 7 個閏月來修正，也就是說：十九年中，有七年是十三個月。
- 四、從西元 1801 年至 2100 年都沒有出現閏一月和閏十二月，閏月次數較多的月份是閏五月、閏四月、閏六月。
- 五、陰陽合曆置閏的安排，主要是用以控制陰曆月在年中的位置，使它能配合一年四季寒暑的變化。
- 六、從西元 1801 年至 2100 年，300 年間共出現 110 個置閏月的情形，符合 19 年 7 閏月的說法。
- 七、西元年除以 19 之後，餘數若為 1、2、4、5、7、10、12、13、15、16、18，則都沒有置閏月。
- 八、西元年除以 19 之後，餘數若為 0、3、6、11、14、17，則都會產生置閏月的現象。
- 九、西元年除以 19 餘數是 8，它們的商再除以 7 之後，餘數若是 6 的西元年，都置閏月。
- 十、西元年除以 19 餘數是 9，它們的商再除以 7 之後，餘數若是 6 的西元年，都沒有置閏月。
- 十一、從 1801 年到 2100 年的 300 年間，同一年中閏年、閏月同時出現的次數總共有 27 次。
- 十二、當某年開始出現「閏年、閏月在同一年出現」時，接下來每間隔 8 年就會有相同的現象發生，大約會持續 4 至 7 次。

壹、研究動機：

新聞報導中說到：「今年西元 2020 年，二月有 29 天，農曆閏四月，所以今年是閏年又閏月，非常難得……。」看到這一則報導後對於閏年、閏月產生了疑惑，引發了我們對於了解「曆法」的好奇心，於是向老師請教有關曆法的問題，希望老師能夠讓我們進一步瞭解「曆法」，於是老師帶領我們展開了一連串的研究活動。

貳、研究目的：

- 一、探討各種曆法之間的差異
- 二、瞭解曆法置閏的原因與規則
- 三、探討陰陽合曆的置閏原則
- 四、探討地球繞太陽公轉與閏月月份之間的關係
- 五、探討閏年與閏月之間的關係

參、研究設備和器材：

電腦、Excel 軟體、計算機、紙、筆、

肆、研究過程：

一、各種曆法之間的差異

曆法是農業文明的產物，最初是因為農業的生產需要而創制的，依據太陽、月球及地球運轉的週期，制定年、月、日等順應大自然時序及四季寒暑的法則，稱為曆法。主要分為陽曆、陰曆和陰陽曆三種。

〈一〉陽曆

採用回歸年做為基本週期，以地球公轉太陽 1 週的時間為曆年，亦稱為太陽曆。從冬至到冬至的平均週期為 365.2422 日，太陽曆可以從儒略曆和格里曆分別來進行說明。

1. 儒略曆

由羅馬共和國獨裁官儒略·凱撒採納埃及亞歷山大的希臘數學家兼天文學家索西琴尼計算的曆法，在公元前 45 年 1 月 1 日起執行，取代舊羅馬曆曆法的曆法。一年設 12 個月，大小月交替，平年時，二月 29 天，閏年時 30 天。每四年閏年一次（該年 366 天），平均每年長度為 365.25 天，比回歸年多 0.0078 天，約每 128 年相差一日，每四百年多出 3.12 日。

2. 格里曆

西元 1582 年，羅馬教皇格里高利十三世 (Pope Gregory X III) 對儒略曆做修正，一年有十二個月，1,3,5,7,8,10,12 月為大月 31 天，2 月 28 天(閏年 29 天)，其餘各月為 30 天、凡年數能為四整除者為閏年。

每四百年又多了大約 3 天，因此規定在 400 年內除去三閏，對世紀年 (100, 200, 300, 500, 600...)，只有被四百整除者才為閏年，比儒略曆又少了三天，一年平均長度為 365.2425 日，與回歸年僅相差 0.0003 平均太陽日，約 3300 年差一天，

也就是 400 的倍數年才置閏。

〈二〉陰曆

陰曆是根據「月相」變化周期定為一個月，採用朔望月做為基本週期，以月球的運動做為天文依據的曆法，古人稱月亮為「太陰」，所以又稱它為「太陰曆」。

陰曆是根據月相圓缺的週期訂出的曆法，也就是月球繞地球一週的時間為單位，這種單位稱為「月」，十二個月為一年。這裡所稱的「月」是指「朔望月」，一個朔望月為 29.53059 日，接近 29.5 日，大月 30 天、小月 29 天，全年各有 6 個大小月，並以「朔」為當月初一，合計 354 日。

陰曆的制訂未考慮配合四季寒暑變化，和太陽的運動沒有任何關係，所以現今只有回教國家採用陰曆，伊斯蘭曆即為陰曆的一種。

〈三〉陰陽合曆

陰陽合曆是兼顧陰曆和陽曆優點的一種曆法，又稱陰陽曆。將「回歸年」和「朔望月」並列為基本週期，同時考慮太陽和月球的運動所訂定的曆法。此為我國固有的曆法，習慣上稱陰曆，又因農民喜歡以此曆進行農事，故稱農曆。

陰陽曆以月相變化的週期做為一個月的長度，同時使曆年的長度接近回歸年。如此一來，每個月都符合月亮盈虧的週期，也同時每年都和季節交替的週期相差不多。

討論：

根據上述的曆法探討，我們得到下列幾點結論：

1. 陽曆中的儒略曆與格里曆都是將地球公轉太陽一週，回到原來的地方所需要的時間訂為一年。但是儒略曆每四百年會多出 3.12 日，格里曆 3300 年才會差一天，而現在通用的公曆是採用格里曆。
2. 陰曆的曆法是以月球的運動做為依據的曆法，十二個月為一年，一年約 354 日。不能準確反應季節變化的週期，而且會產生冬夏正好完全相反的情形，不符合農業生產的需求。
3. 陰陽合曆兼顧陰曆和陽曆的優點，同時考慮太陽和月球的運動所訂定的曆法。每個月都符合月亮盈虧的週期，也同時每年都和季節交替的週期相差不多，為我國固有的曆法。

二、瞭解曆法置閏的原因與規則

〈一〉陽曆置閏年的規則

目前通用的公曆是格里曆，陽曆訂地球繞太陽公轉一周為一年，全年合計 365 日，稱為平年(平均太陽年的簡稱)，但是實際上地球繞太陽公轉一周平均為 365.2422 日，每一年會多出 0.2422 日，每四年就會多出約 0.9688 日(接近 1 日)。

為了使曆法能夠配合天象，規定當西元年數是四的倍數時，二月就增加 1 天成為 29 天，該年稱為閏年，又因此法每四年又會多加 0.0312 日左右，再規定每四百年需減 3 天，當西元年數逢百年的倍數時，必須是 400 的倍數才會是閏年，如 1700、1800、1900 都是平年，只有 2000 年能被 400 整除才是閏年，一年平均長度為 365.2425 日。

〈二〉陰曆置閏月的規則

在陰曆中，以伊斯蘭曆為例，完全以月相為準，每當新月出現時規定為每月的一日，累積十二個月定為一年，一年長度約 354 日左右，不設閏月，閏年於第 12 個月後加一天（每 30 年中設 11 閏年），平均每年只有 354 天 8 小時 48 分，每隔 2.7 年和公曆相差一個月（即 19 年差 7 個月），因此不分季節。

〈三〉陰陽合曆置閏月的規則

陰陽合曆的月份是配合月象的圓缺，年則是要配合四季寒暑的變換，但是十二個朔望月大約是 354 日左右，而一個回歸年有 365.2422 日，兩者相差約 11.2422 日，為了配合四季寒暑變化，因此大約每三年須加一個閏月，更精確地說十九年須加七個閏月，其計算方法如下：

$$19 \text{ 個回歸年} = 365.2422 \text{ 日} \times 19 = 6939.6018 \text{ 日}$$

$$12 \text{ 個朔望月} \times 19 + 7 \text{ 個朔望月} = 29.53059 \text{ 日} \times 235 = 6939.6887 \text{ 日}$$

19 個回歸年和 235 個朔望月的日數相當接近，也就是說農曆和陽曆日期大約每十九年會相遇一次，今天兩者的日期和十九年前或十九年後的今天日期大多相同，即使有不同亦不過相差一天。

討論：

1. 陽曆置閏的規則為：

西元年份逢 4 的倍數閏、100 的倍數不閏、400 的倍數閏、4000 的倍數不閏。例如：公元 1992、1996 年等為 4 的倍數，是為閏年；公元 1800、1900、2100 年為 100 的倍數，當年不閏；公元 1600、2000、2400 年為 400 的倍數，是為閏年；而公元 4000、8000 年為 4000 的倍數，則不閏。

2. 在陰曆中的伊斯蘭曆，不設閏月，閏年於第 12 個月後加一天，每 30 年中設 11 個閏年。

3. 陰陽合曆置閏的規則為：

一個平均朔望月有 29.530589 天，但是一個平均回歸年有 365.2422 天，因此一年有 12 個整月又多了 0.3682664717 個餘數月，多出來的餘數累積到 19 年將會約多出 7 個月，因此每 19 年必須有 7 個閏月來修正，也就是說：十九年中，有七年是十三個月。

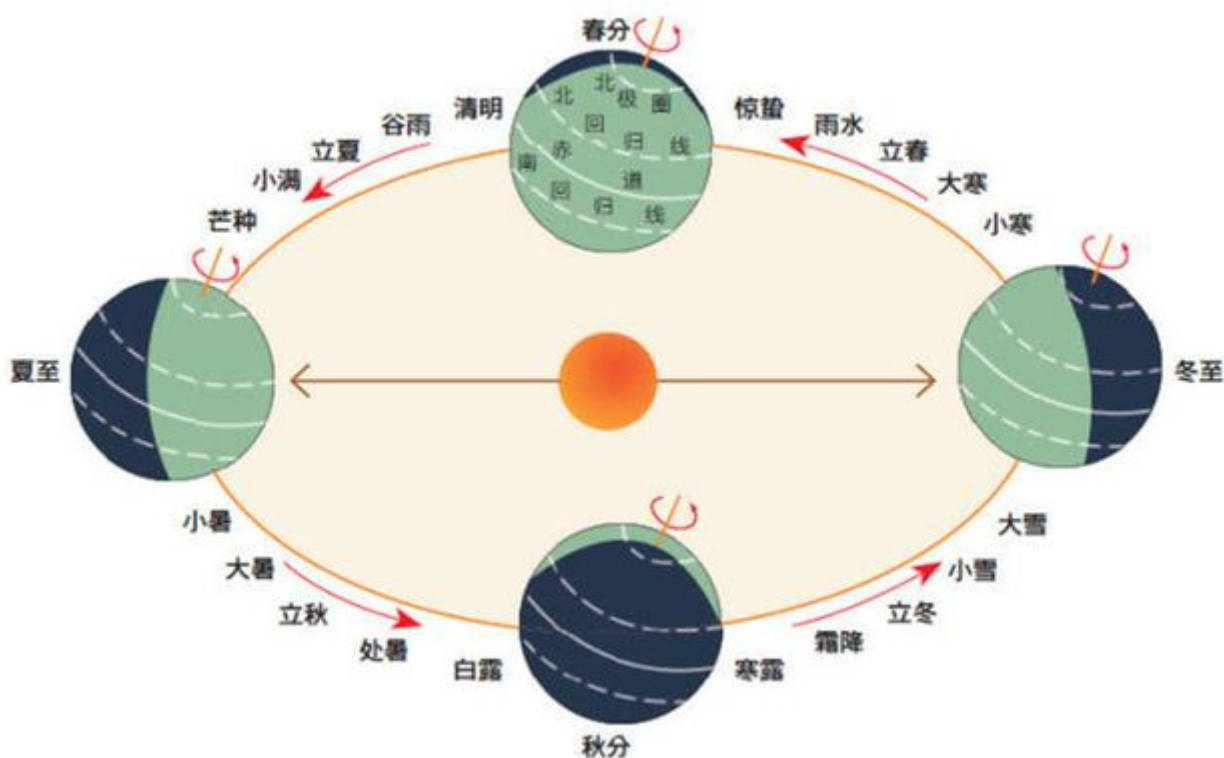
三、陰陽合曆的置閏原則

〈一〉陰陽合曆的置閏原則

在古代，陰陽合曆最主要的作用是指導農耕，完全依據太陽的運行而來，與月球的運行無關，為了能反映四季的變化、雨水的多少和霜期的長短，在陽曆中制訂了 24 節氣，有利於農作參考。

所以哪一個月是閏月，取決於 24 節氣，正常的月分中，每個月有兩個節氣，第一個被稱為「節氣」，第二個被稱為「中氣」，例如：立春是節氣，其後的雨水就是中氣。但是由於農曆每月比陽曆每月幾乎少了一天，每三十個月左右，就會有一個月份沒有中氣，該月就被定為閏月。例如：某個月沒有中氣，它的上一個月為 6 月，則這個月就是「閏 6 月」。

四季	廿四節氣	日子	四季	廿四節氣	日子
春季	立春	2月4-5日	秋季	立秋	8月7-8日
	雨水	2月18-20日		處暑	8月23-24日
	驚蟄	3月5-6日		白露	9月7-8日
	春分	3月20-21日		秋分	9月22-24日
	清明	4月4-5日		寒露	10月8-9日
	穀雨	4月20-21日		霜降	10月23-24日
	夏季	立夏		5月5-6日	冬季
小滿		5月21-22日	小雪	11月22-23日	
芒種		6月5-6日	大雪	12月7-8日	
夏至		6月21-22日	冬至	12月21-22日	
小暑		7月7-8日	小寒	1月5-6日	
大暑		7月22-24日	大寒	1月20-21日	



二十四節氣與四季的關係

討論：

1. 在陽曆中有 24 個節氣，和季節、氣候有密切關係，閏月的安排是根據 24 節氣而定，把不含「中氣」的月份或只含一個「節氣」的朔望月訂為閏月，並以上一月的名稱為名，稱「閏某月」。
2. 根據置閏的原則，今年（2020 年）要置「閏四月」，我們可以從二十四節氣與農

曆的曆法分布中得知：

	穀雨	-----	立夏	-----	小滿	-----	芒種	-----	夏至	-----	小暑
國曆	四月 19 日		五月 5 日		五月 20 日		六月 5 日		六月 21 日		七月 6 日
農曆	三月 27 日		四月 13 日		四月 28 日		閏四月 14 日		五月 1 日		五月 16 日

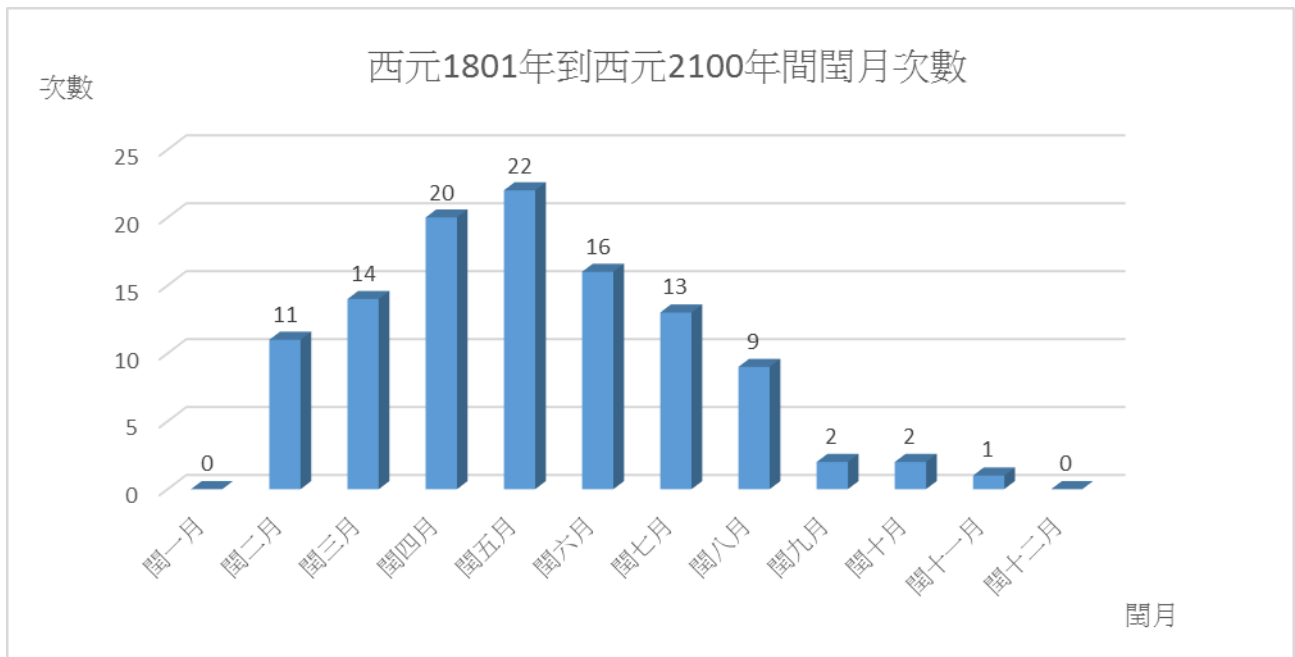
如果沒有進行置閏調整，農曆五月只會遇到「芒種」這個節氣，而少了「夏至」這個中氣，根據陰陽合曆的「無中氣置閏原則」，就把這個月定為閏月，並以上一月的名稱為名，稱為「閏四月」。

〈二〉陰陽合曆閏月的分佈：

西元 1801 年到 2100 年間發生閏月的年份整理如表一：

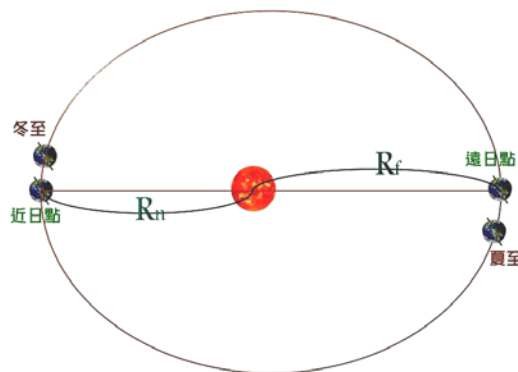
表一

				2085							
				2066							
			2096	2047							
			2088	2038							
			2077	2028							
			2069	2009							
			2058	1998	2093						
			2020	1990	2074						
		2080	2012	1971	2055						
		2061	2001	1952	2036	2082					
		2050	1982	1933	2025	2063					
2099	2031	1974	1922	2017	2044						
2042	1993	1963	1914	1987	2006						
2023	1966	1944	1903	1979	1968	2090					
2004	1955	1925	1895	1960	1949	2071					
1947	1936	1906	1884	1941	1938	2052					
1928	1898	1887	1876	1930	1919	1995					
1917	1879	1868	1865	1911	1881	1976					
1909	1860	1849	1857	1892	1854	1957					
1890	1841	1838	1846	1873	1843	1851					
1814	1822	1830	1827	1835	1824	1862	2014	1984			
1803	1811	1819	1808	1816	1805	1900	1832	1870	2033		
閏一月	閏二月	閏三月	閏四月	閏五月	閏六月	閏七月	閏八月	閏九月	閏十月	閏十一月	閏十二月



討論：

1. 由表一發現：從西元 1801 年至 2100 年都沒有出現閏一月和閏十二月，閏月次數較多的月份是閏五月、閏四月、閏六月。
2. 由於陰陽合曆置閏的安排，主要是用以控制陰曆月在年中的位置，使它能配合一年四季寒暑的變化，因此閏月在年中出現的機會較多，靠近年頭年尾較少。
3. 從春分到秋分期間，地球經過遠日點，運動較慢，所以兩個中氣間間隔的時間就長，而月亮繞地球的週期變化不大，因此不含中氣的機會變大，出現閏月的機會就會多一些。



4. 從西元 1801 年至 2100 年，300 年間共出現 110 個置閏月的情形，符合 19 年 7 閏月的說法。

四、探討地球繞太陽公轉與閏月月份之間的關係

19個回歸年和235個朔望月的日數相當接近，因此我們嘗試從西元1801年至2100年間，將各個西元年除以19進行探討。

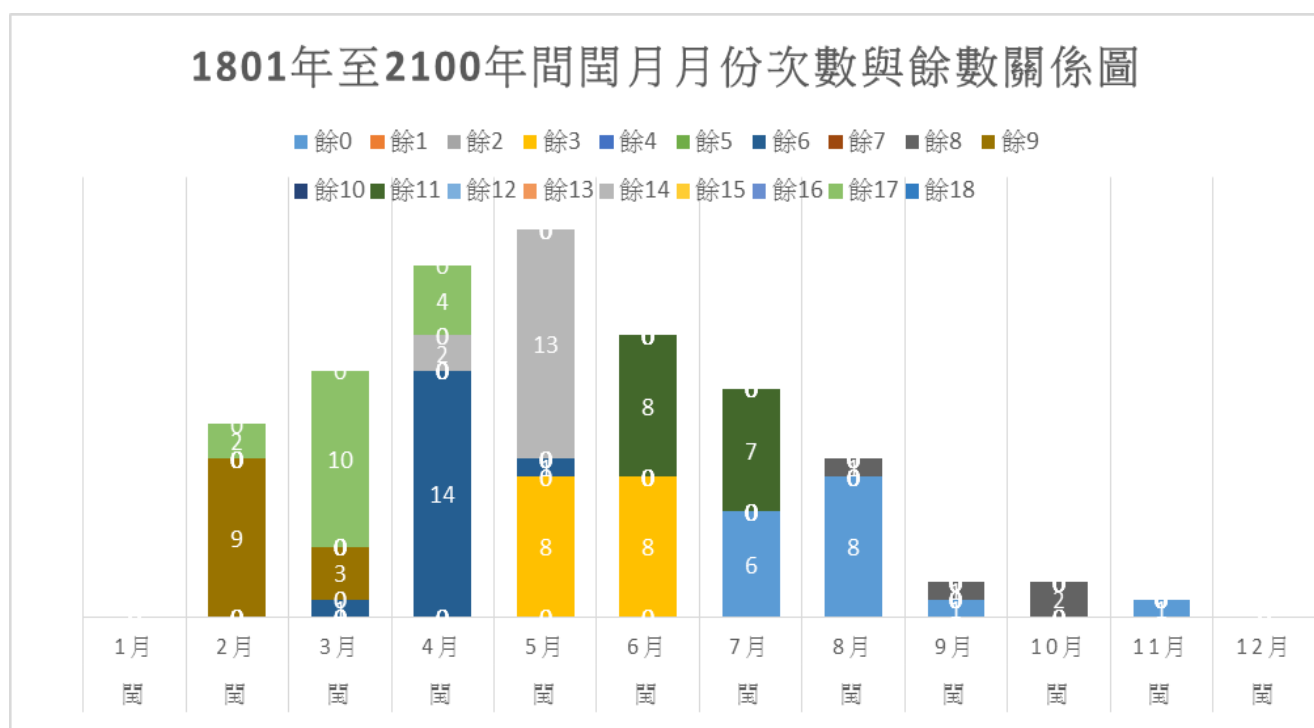
(一) 以西元年除以 19：

將西元年除以 19，得到商與餘數，例如： $1801 \div 19 = 94 \cdots 15$ ，進行整理

餘數	西元年																
	*閏月																
0		1805 *7	1824 *7	1843 *7	1862 *8	1881 *7	1900 *8	1919 *7	1938 *7	1957 *8	1976 *8	1995 *8	2014 *9	2033 *11	2052 *8	2071 *8	2090 *8
1		1806	1825	1844	1863	1882	1901	1920	1939	1958	1977	1996	2015	2034	2053	2072	2091
2		1807	1826	1845	1864	1883	1902	1921	1940	1959	1978	1997	2016	2035	2054	2073	2092
3		1808 *5	1827 *5	1846 *5	1865 *5	1884 *5	1903 *5	1922 *5	1941 *6	1960 *6	1979 *6	1998 *5	2017 *6	2036 *6	2055 *6	2074 *6	2093 *6
4		1809	1828	1847	1866	1885	1904	1923	1942	1961	1980	1999	2018	2037	2056	2075	2094
5		1810	1829	1848	1867	1886	1905	1924	1943	1962	1981	2000	2019	2038	2057	2076	2095
6		1811 *3	1830 *4	1849 *4	1868 *4	1887 *4	1906 *4	1925 *4	1944 *4	1963 *4	1982 *4	2001 *4	2020 *4	2039 *5	2058 *4	2077 *4	2096 *4
7		1812	1831	1850	1869	1888	1907	1926	1945	1964	1983	2002	2021	2040	2059	2078	2097
8		1813	1832 *9	1851 *8	1870 *10	1889	1908	1927	1946	1965	1984 *10	2003	2022	2041	2060	2079	2098
9		1814 *2	1833	1852	1871	1890 *2	1909 *2	1928 *2	1947 *2	1966 *3	1985	2004 *2	2023 *2	2042 *2	2061 *3	2080 *3	2099 *2
10		1815	1834	1853	1872	1891	1910	1929	1948	1967	1986	2005	2024	2043	2062	2081	2100
11		1816 *6	1835 *6	1854 *7	1873 *6	1892 *6	1911 *6	1930 *6	1949 *7	1968 *7	1987 *6	2006 *7	2025 *6	2044 *7	2063 *7	2082 *7	
12		1817	1836	1855	1874	1893	1912	1931	1950	1969	1988	2007	2026	2045	2064		
13		1818	1837	1856	1875	1894	1913	1932	1951	1970	1989	2008	2027	2046	2065		
14		1819 *4	1838 *4	1857 *5	1876 *5	1895 *5	1914 *5	1933 *5	1952 *5	1971 *5	1990 *5	2009 *5	2028 *5	2047 *5	2066 *5	2085 *5	
15	1801	1820	1839	1858	1877	1896	1915	1934	1953	1972	1991	2010	2029	2048	2067	2086	
16	1802	1821	1840	1859	1878	1897	1916	1935	1954	1973	1992	2011	2030	2049	2068	2087	
17	1803 *2	1822 *3	1841 *3	1860 *3	1879 *3	1898 *3	1917 *2	1936 *3	1955 *3	1974 *4	1993 *3	2012 *4	2031 *3	2050 *3	2069 *4	2088 *4	
18	1804	1823	1842	1861	1880	1899	1918	1937	1956	1975	1994	2013	2032	2051	2070	2089	

表三

	閏 1月	閏 2月	閏 3月	閏 4月	閏 5月	閏 6月	閏 7月	閏 8月	閏 9月	閏 10月	閏 11月	閏 12月
餘 0	0	0	0	0	0	0	6	8	1	0	1	0
餘 1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
餘 2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
餘 3	0	0	0	0	8	8	0	0	0	0	0	0
餘 4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
餘 5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
餘 6	0	0	1	14	1	0	0	0	0	0	0	0
餘 7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
餘 8	0	0	0	0	0	0	0	1	1	2	0	0
餘 9	0	9	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
餘 10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
餘 11	0	0	0	0	0	8	7	0	0	0	0	0
餘 12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
餘 13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
餘 14	0	0	0	2	13	0	0	0	0	0	0	0
餘 15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
餘 16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
餘 17	0	2	10	4	0	0	0	0	0	0	0	0
餘 18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0



討論：

1. 從表二發現：每隔二年或三年之間就會出現閏月的情形，十九年中要置閏七次，這應該是陰陽合曆要配合地球繞太陽公轉運行的二十四節氣所做的設置，如此一來才能符合 19 個回歸年（6939.6018 日） \div 235 個朔望月（6939.6887 日）。
2. 從表三發現：西元年除以 19 之後，餘數若為 1、2、4、5、7、10、12、13、15、16、18，則都沒有置閏月。
3. 西元年除以 19 之後，餘數若為 0、3、6、11、14、17，則都會產生置閏月的現象。
4. 當餘數是 8 或 9 時，則產生不規則的置閏月情形，針對這一點我們再做進一步的探討。
5. 餘數是 0 時，置閏月可能是 7 月、8 月、9 月或 11 月，以閏 8 月最多。
6. 餘數是 3 時，置閏月可能是 5 月或 6 月。
7. 餘數是 6 時，置閏月可能是 3 月、4 月或 5 月，以閏 4 月最多。
8. 餘數是 11 時，置閏月可能是 6 月或 7 月。
9. 餘數是 14 時，置閏月可能是 4 月、5 月，以閏 5 月最多。
10. 餘數是 17 時，置閏月可能是 2 月、3 月或 4 月，以閏 3 月最多。

(二) 對餘數是 8 或 9 的西元年再進行探討：

在置閏月的原則中，每 19 年須加 7 個閏月，因此我們試著把西元年除以 19 餘數是 8 或 9 的西元年，再將商再除以 7，例如： $1832 \div 19 = 96 \cdots 8$ ， $96 \div 7 = 13 \cdots 5$ ，再進行整理歸納如下：

(1) 西元年除以 19 餘數是 8

西元年*閏月	西元年 \div 19 的商	商 \div 7 的餘數
1813	95	4
1832*9	96	5
1851*8	97	6
1870*10	98	0
1889	99	1
1908	100	2
1927	101	3
1946	102	4
1965	103	5
1984*10	104	6
2003	105	0
2022	106	1
2041	107	2
2060	108	3
2079	109	4
2098	110	5

(2)西元年除以 19 餘數是 9

西元年*閏月	西元年 ÷ 19 的商	商 ÷ 7 的餘數
1814*2	95	4
1833	96	5
1852	97	6
1871	98	0
1890*2	99	1
1909*2	100	2
1928*2	101	3
1947*2	102	4
1966*3	103	5
1985	104	6
2004*2	105	0
2023*2	106	1
2042*2	107	2
2061*3	108	3
2080*3	109	4
2099*2	110	5

討論：

1. 從西元年除以 19 餘數是 8 的表中可以發現：它們的商再除以 7 之後，餘數若是 6 的西元年，都置閏月。
2. 從西元年除以 19 餘數是 9 的表中可以發現：它們的商再除以 7 之後，餘數若是 6 的西元年，都沒有置閏月。
3. 餘數是 8 或 9 的西元年閏月的情形沒有一致的規則性，我們推測：到了第八年，陽曆和陰陽合曆之間的日數差異已經累積了約有 87 日，(一年相差 10.875132 日， $10.875132 \times 8 = 87.001056$)，如果在第三年和第六年的置閏月都只有 29 天，到了第八年還是少了 29.001056 日($87.001056 - 29 \times 2 = 29.001056$)。
4. 在這八年間，陽曆如果有閏年的現象，就可能要在第八年就置閏月，不然的話就會在第九年，再進行置閏月，而且在第 9 年置閏月時，置閏月的月份都是閏 2 月或 3 月，以閏 2 月的次數較多。

五、探討閏年與閏月之間的關係

接下來我們對閏年與閏月之間的關係進行探討。從表二中，西元年是閏年的年份，在表格中填滿黃色，結果如表四。

表四

餘數	西元年																
	*閏月																
0		1805 *7	1824 *7	1843 *7	1862 *8	1881 *7	1900 *8	1919 *7	1938 *7	1957 *8	1976 *8	1995 *8	2014 *9	2033 *11	2052 *8	2071 *8	2090 *8
1		1806	1825	1844	1863	1882	1901	1920	1939	1958	1977	1996	2015	2034	2053	2072	2091
2		1807	1826	1845	1864	1883	1902	1921	1940	1959	1978	1997	2016	2035	2054	2073	2092
3		1808 *5	1827 *5	1846 *5	1865 *5	1884 *5	1903 *5	1922 *5	1941 *6	1960 *6	1979 *6	1998 *5	2017 *6	2036 *6	2055 *6	2074 *6	2093 *6
4		1809	1828	1847	1866	1885	1904	1923	1942	1961	1980	1999	2018	2037	2056	2075	2094
5		1810	1829	1848	1867	1886	1905	1924	1943	1962	1981	2000	2019	2038	2057	2076	2095
6		1811 *3	1830 *4	1849 *4	1868 *4	1887 *4	1906 *4	1925 *4	1944 *4	1963 *4	1982 *4	2001 *4	2020 *4	2039 *5	2058 *4	2077 *4	2096 *4
7		1812	1831	1850	1869	1888	1907	1926	1945	1964	1983	2002	2021	2040	2059	2078	2097
8		1813	1832 *9	1851 *8	1870 *10	1889	1908	1927	1946	1965	1984 *10	2003	2022	2041	2060	2079	2098
9		1814 *2	1833	1852	1871	1890 *2	1909 *2	1928 *2	1947 *2	1966 *3	1985	2004 *2	2023 *2	2042 *2	2061 *3	2080 *3	2099 *2
10		1815	1834	1853	1872	1891	1910	1929	1948	1967	1986	2005	2024	2043	2062	2081	2100
11		1816 *6	1835 *6	1854 *7	1873 *6	1892 *6	1911 *6	1930 *6	1949 *7	1968 *7	1987 *6	2006 *7	2025 *6	2044 *7	2063 *7	2082 *7	
12		1817	1836	1855	1874	1893	1912	1931	1950	1969	1988	2007	2026	2045	2064	2083	
13		1818	1837	1856	1875	1894	1913	1932	1951	1970	1989	2008	2027	2046	2065	2084	
14		1819 *4	1838 *4	1857 *5	1876 *5	1895 *5	1914 *5	1933 *5	1952 *5	1971 *5	1990 *5	2009 *5	2028 *5	2047 *5	2066 *5	2085 *5	
15	1801	1820	1839	1858	1877	1896	1915	1934	1953	1972	1991	2010	2029	2048	2067	2086	
16	1802	1821	1840	1859	1878	1897	1916	1935	1954	1973	1992	2011	2030	2049	2068	2087	
17	1803 *2	1822 *3	1841 *3	1860 *3	1879 *3	1898 *3	1917 *2	1936 *3	1955 *3	1974 *4	1993 *3	2012 *4	2031 *3	2050 *3	2069 *4	2088 *4	
18	1804	1823	1842	1861	1880	1899	1918	1937	1956	1975	1994	2013	2032	2051	2070	2089	

討論：

1. 從 1801 年到 2100 年的 300 年間，同一年中閏年、閏月同時出現的次數總共有 27 次，其中 1801 年到 1900 年間出現 9 次，1901 年到 2000 年間出現 8 次，2001 年到 2100 年間出現 10 次。
2. 從 1801 年起算，每 8 年，閏年、閏月就會同時出現，如 1808 年、1816 年、1824 年、1832 年，一直到 1840 年這個規則中斷了。

3. 到了 1860 年閏年、閏月再度出現在同一年中，而且之後的每 8 年，閏年、閏月又同時出現，如 1868 年、1876 年、1884 年、1892 年，一直到 1900 年這個規則又中斷了。
4. 從 1901 年起，一直到 1928 年才有閏年、閏月出現在同一年中的情形，不過在 1928 年之後，每 8 年，閏年、閏月就又会出現在同一年當中。如 1936 年、1944 年、1952 年、1960 年、1968 年、1976 年、1984 年，一直到 1992 年這個規則中斷了。
5. 從 2001 年起，到 2004 年出現了閏年、閏月出現在同一年中的情形，在 2004 年之後，每 8 年，閏年、閏月也會出現在同一年當中。如 2012 年、2020 年、2028 年、2036 年、2044 年、2052 年，一直到 2060 年這個規則中斷了。
6. 直到 2080 年有閏年、閏月出現在同一年中的情形，之後的每 8 年，閏年、閏月也會出現在同一年當中。如 2088 年、2096 年。
7. 從討論 1 到討論 6 的結果發現：當某年開始出現「閏年、閏月在同一年出現」時，接下來每間隔 8 年就會有相同的現象發生，大約會持續 4 至 7 次。
8. 我們推論：閏年、閏月同時出現的情形似乎有規則性，每間隔 8 年就會出現一次，不過當陰陽合曆與陽曆的日數逐年差距變大時，這個規則性就中斷了，等待下一次的同年出現閏年、閏月，才會再出現 8 年一次的現象。

伍、結論：

- 一、陽曆中的儒略曆與格里曆都是將地球公轉太陽一週，回到原來的地方所需要的時間訂為一年。現在通用的公曆是採用格里曆。
- 二、陰曆是以月球的運動做為天文依據的曆法，十二個月為一年，合計約 354 日。不能準確反應季節變化的週期。
- 三、陰陽合曆兼顧陰曆和陽曆的優點，同時考慮太陽和月球的運動所訂定的曆法。每個月都符合月亮盈虧的週期。
- 四、陽曆每年有 365 天，每四年置閏年一次，置閏年時，二月有 29 日，逢百不閏，逢 400 又閏，每 400 年置閏年 97 次，其餘為平年。使得每一年的平均日數為 365.2425 日。
- 五、在陰曆中的伊斯蘭曆，不設閏月，閏年於第 12 個月後加一天，每 30 年中設 11 個閏年。
- 六、陰陽合曆置閏的原則為：每 19 年必須有 7 個閏月來修正，也就是說：十九年中，有七年是十三個月。
- 七、從西元 1801 年至 2100 年都沒有出現閏一月和閏十二月，閏月次數較多的月份是閏五月、閏四月、閏六月。
- 八、陰陽合曆置閏的安排，主要是用以控制陰曆月在年中的位置，使它能配合一年四季寒暑的變化，因此閏月在年中出現的機會較多，靠近年頭年尾較少。
- 九、春分到秋分期間，地球經過遠日點，運動較慢，所以兩個中氣間間隔的時間就長，而月亮繞地球的週期變化不大，因此不含中氣的機會變大，出現閏月的機會就多一些。
- 十、從西元 1801 年至 2100 年，300 年間共出現 110 個置閏月的情形，符合 19 年 7 閏月

的說法。

十一、西元年除以 19 之後，餘數若為 1、2、4、5、7、10、12、13、15、16、18，則都沒有置閏月。

十二、西元年除以 19 之後，餘數若為 0、3、6、11、14、17，則都會產生置閏月的現象。

十三、西元年除以 19 之後，各種餘數的結果：

餘數是 0	置閏月可能是 7 月、8 月、9 月或 11 月，以閏 8 月最多。
餘數是 3	置閏月可能是 5 月或 6 月。
餘數是 6	置閏月可能是 3 月、4 月或 5 月，以閏 4 月最多。
餘數是 11	置閏月可能是 6 月或 7 月。
餘數是 14	置閏月可能是 4 月、5 月，以閏 5 月最多。
餘數是 17	置閏月可能是 2 月、3 月或 4 月，以閏 3 月最多。

十四、西元年除以 19 餘數是 8，它們的商再除以 7 之後，餘數若是 6 的西元年，都置閏月。

十五、西元年除以 19 餘數是 9，它們的商再除以 7 之後，餘數若是 6 的西元年，都沒有置閏月。

十六、西元年除以 19 餘數是 8 或 9 的西元年閏月的情形沒有一致的規則性。

十七、從 1801 年到 2100 年的 300 年間，同一年中閏年、閏月同時出現的次數總共有 27 次，其中 1801 年到 1900 年間出現 9 次，1901 年到 2000 年間出現 8 次，2001 年到 2100 年間出現 10 次。

十八、當某年開始出現「閏年、閏月在同一年出現」時，接下來每間隔 8 年就會有相同的現象發生，大約會持續 4 至 7 次。

十九、閏年、閏月同時出現的情形似乎有規則性，每間隔 8 年就會出現一次，不過當陰陽合曆與陽曆的日數逐年差距變大時，這個規則性就中斷了，等待下一次的同年出現閏年、閏月，才會再出現 8 年一次的現象。

陸、參考文獻：

1. 中華民國第 42 屆中小學科學展覽會國中組數學科：陰陽調和
2. 中華民國第 44 屆中小學科學展覽會國中組地球科學科：相約某年、某月、某一天
3. 中華民國第 50 屆中小學科學展覽會國中組地球科學科：光影逐日-地球公轉現象的探討
4. 中央氣象局全國資訊網 天文百問。
http://www.cwb.gov.tw/V7/knowledge/encyclopedia/as_all.htm
5. 香港天文台。<http://www.weather.gov.hk/gts/time/calendarinfoc.htm>
6. 淺談我國的曆法。<http://www.nknu.edu.tw/~gise/sky/%A7%DA%B0%EA%BE%E4%AAk.htm>
7. 臺北市立天文科學教育館。<http://www.tam.gov.tw/>