108 學年度嘉義市科學展覽會作品說明書

科　　別：數學科

組　　別：國中組

作品名稱：標靶設計

關 鍵 詞：標靶設計、一般式、多項式函數　　　　（最多 3 個）

編　　號：

製作說明：

1.說明書封面僅寫類別、科別、組別、作品名稱及關鍵詞。

2.編號：(由承辦學校統一編列)。

3.封面編排由參展作者自行設計。

附件三：說明書內文

摘要

本作品想要探討的是有關於如何設計最佳的標靶使得技術得以顯現,由n等分圓的扇形標靶開始，逐步地到設計平面和各種圖形，尋求理想標靶最大差值的一般式，並實作確定其存在性。

壹、 研究動機

剛開始，我們經由老師的引導來參加「數學科展」， 雖然我們是第一次參加科展，但是我們在解開問題的過程中，逐漸發現了樂趣，不過這一次來參加科展，還有一部份原因是因為在無意間找到了這個題目：

校慶到了，小志正在設計園遊會射飛鏢的標靶。標靶是一個圓形，分成六個等分扇 形，各扇形的分數是 1、2、3、4、5、6。小志就按照順時針方向，在六個扇形順序填入 1、2、3、4、5、6。 小定看到了，說：「這樣設計不好啦。」 「為什麼？」小志問。

「你這樣設計，打到差不多的區域分數基本上都差不多，射飛鏢不是要比準的嗎？」小定說。「有道理，那你覺得怎樣比較好？」

小定說：「要讓相鄰兩個分數差愈大愈好，你原來那個填法相鄰兩數的差是 1、1、1、 1、1、5 ，一共才只有 10 而已。」

小志想了一下說：「那用 1、6、4、2、5、3 如何？這樣的話，相鄰兩數的差是 5、2、 2、3、2、2 ，一共是 16。」

小定說：「這樣好多了。」

於是，他們就用這個設計當作標靶了。

可是，聰明的讀者，小志設計的方法並不是最好的！

1. 請找出最好的設計方法。

2. 如果是分成 7 個扇形時，最好的設計法又是什麼呢？

3. 最好的設計法有幾種呢？

所以我們開始了這個研究，並自己衍生了不同圖形的探討。

貳、 研究目的

一、長度為n的直線標靶，探討相鄰最大差的填入方式及其一般式。

二、n等分圓的扇形標靶，探討相鄰最大差的填入方式及其一般式。

三、平面排列 n*n 的正方網格標靶，探討相鄰最大差的填入方式及其一般式。

四、平面排列m＊n的長方形網格標靶，探討相鄰最大差的填入方式及其一般式。

五、邊長為n的六邊形三角網格標靶，探討相鄰最大差的填入方式及其一般式。

參、 研究設備及器材

一、電腦

二、紙

肆、 研究過程或方法

研究一、長度為n的直線標靶，探討相鄰最大差的填入方式及其一般式。

標靶設計的目標為找出相鄰最大差

1	2

當上面這種情況產生時，2-1=1，因為只有一種排列方法，得最大差等於 1。

邊長為三的直線：

1	2	3

差＝2

2	1	3

差＝3

1	3	2

差＝3

由此可知邊長為三的直線排列最大差為 3

邊長為四的直線：

1	2	3	4

差＝3

1	2	4	3

差＝4

1	3	4	2

差＝5

1	3	2	4

差＝5

1	4	2	3

差＝6

1	4	3	2

差＝5

2	1	3	4

差＝4

2	1	4	3

差＝5

2	3	1	4

差＝6

2	4	1	3

差＝7

3	1	2	4

差=5

3	2	1	4

差=5

由此可知邊長為四的直線排列最大差為 7

邊長為五的直線：

4	1	5	2	3

邊長為五的直線排列最大差為 11

邊長為六的直線：

3	5	1	6	2	4

邊長為六的直線排列最大差為 17

邊長為七的直線：

3	6	1	7	2	5	4

邊長為七的直線排列最大差為 23

由此可知直線排列要有最大差有以下規則：

1. 奇數直線在中間必放最大或最小，再以大小大小延伸
2. 偶數直線用最大最小、次大次小分組由中間往外排列。

從以上直線排列的最大差可歸納出下表：

k	最大差
3	3
4	7
5	11
6	17
7	23
k=2n+2，n=正整數	$\frac{k^2}{2}-1$
k=2n+1，n=正整數	$\frac{k^2-1}{2}-1$

【證明】

1. k=2n+2，n=正整數時，

   可分為 n+1 個小數（1～n+1）、n+1 個大數(n+2～2n+2)

   計算其最大差值時，

   左右均有數字的大數相當於被加了兩次、小數相當於被減了兩次

   左右兩端因只有一個接觸面，故只被加減 1 次。

   故要有最大差值，左右(1 大 1 小)分別放 n+2、n+1 為最佳做法。

   最大差值= $(2n+2-n)\times n\times 2+(n+2)-(n+1)=2n^2+4n+1=\frac{k^2}{2}-1$

2. k=2n+1，n=正整數時，

不失一般性，可分為 n+1 個小數（1～n+1）、n 個大數(n+2～2n+1)

計算其最大差值時，

左右均有數字的大數相當於被加了兩次、小數相當於被減了兩次

左右兩端均為小數因只有一個接觸面，故只被減 1 次。

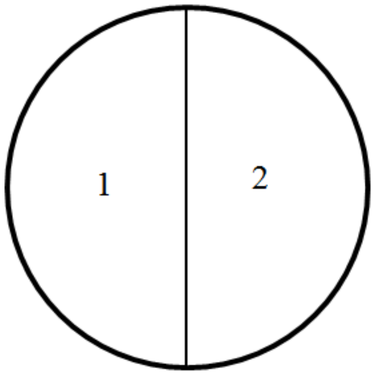
故要有最大差值，左右(2 小)分別放 n、n+1 為最佳做法。

最大差值$=(\mathrm{n}+2+\cdots+2\mathrm{n}+1)\times 2-(1+2+\cdots+\mathrm{n}-1)\times 2-\mathrm{n}-(\mathrm{n}+1)$

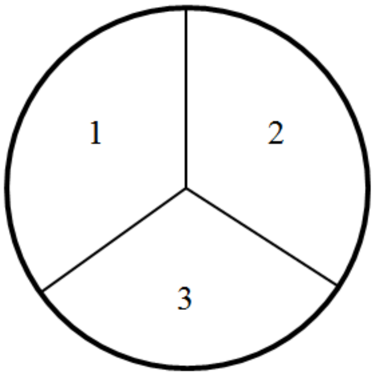
$$=2(\mathrm{n}+1)(\mathrm{n}-1)+4\mathrm{n}+2-2\mathrm{n}+1=\ 2n^2+2n-1=\frac{k^2-1}{2}-1$$

研究二、n等分圓的扇形標靶，探討相鄰最大差的填入方式及其一般式。

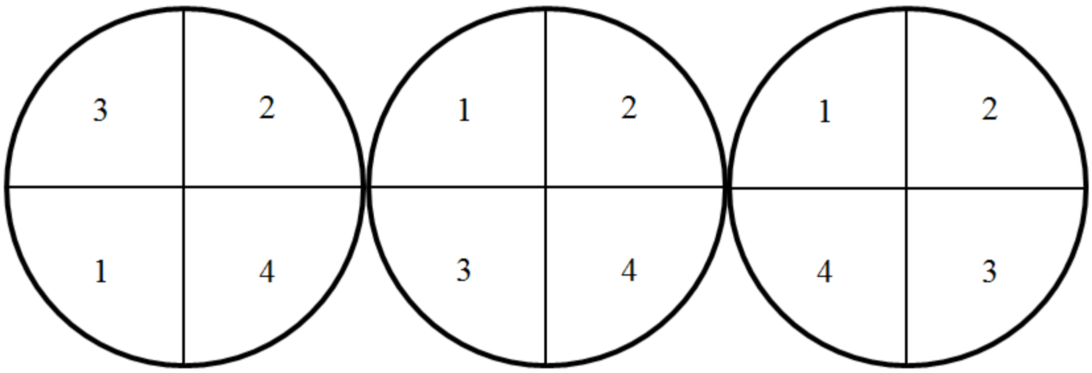
環狀(扇形)



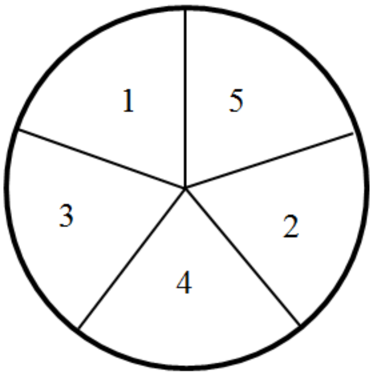
2等分圓的環狀排列，最大差為 1



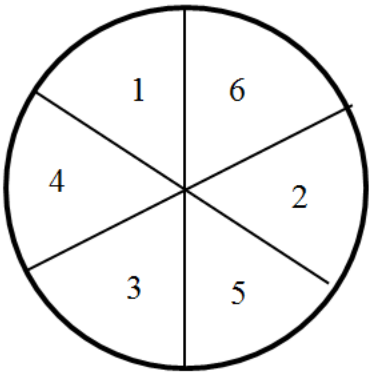
3等分圓的環狀排列，最大差為 4



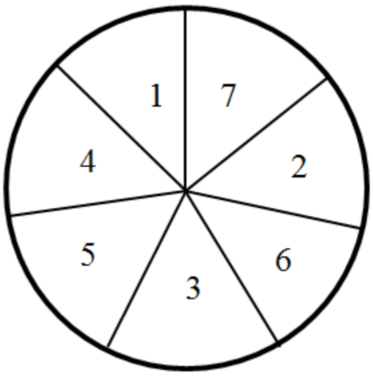
4等分圓的環狀排列，最大差為 8



5等分圓的環狀排列，最大差為 12



6等分圓的環狀排列，最大差為 18



7等分圓的環狀排列，最大差為 24

由此可知環狀排列要有最大差有以下規則：

(一)使用大小大小的排列方法必可找出最大值(但不是唯一解)。

從以上環狀排列的最大差可歸納出下表：

k	最大差
2	1
3	1+1+2=4
4	2+1+2+3=8
5	4+3+2+1+2=12
k=2n+2,n=正整數	$\frac{k-1+k-2+\cdots+2+1+k}{2}=\frac{k^2}{2}$
k=2n+1,n=正整數	$\frac{\mathrm{k}-1+\mathrm{k}-2+\cdots+2+1+(\mathrm{k}-1)}{2}=\frac{(k^2-1)}{2}$

【證明】

1. k=2n+2，n=正整數時，

   可分為 n+1 個小數（1～n+1）、n+1 個大數(n+2～2n+2)

   計算其最大差值時，

   所有大數相當於被加了兩次、小數相當於被減了兩次

   故要有最大差值，只需要確保交錯排列即為最佳做法。

   最大差值$=2(\mathrm{n}+1)\times(\mathrm{n}+1)=\frac{k^2}{2}$

2. k=2n+1，n=正整數時，

   可分為 n 個小數（1～n）、n 個大數(n+2～2n+1)、一個中間值(n+1)

   計算其最大差值時，在大小交錯排列的狀況下

   所有大數相當於被加了兩次、小數相當於被減了兩次、

   中間值無論放哪裡都是一加一減。

   最大差值$=2(\mathrm{n}+1)\times\mathrm{n}+(\mathrm{n}+1)-(\mathrm{n}+1)=2n^2+2n=\frac{(k^2-1)}{2}$

研究三、平面排列 n*n 的正方網格標靶，探討相鄰最大差的填入方式及其一般式。

我們嘗試依照大小大小的排列方法來做出平面的最大差值，並且加入了接觸面的概念考量，得出了以下的圖形。(藍色=接觸面 3 的大數，紅色=接觸面 3 的小數，黃色=接觸面 4 的大數，灰色=接觸面 4 的小數)

平面3×3：(數字 1~9 中，分成最小(1)、最大(4)、次小(4))、(接觸面中，分成接觸四個面(1)、接觸三個面(4)、接觸兩個面(4))

5	9	2
8	1	6
4	7	3

最大差$=(9+8+7+6)\times3-(5+4+3+2)\times2-1\times4=58$

偶數平方特別的地方在於邊角(白色)有紅有藍，因此需區分較大的中間數以及較小的中間數。

平面4×4：(數字 1~16 中，分成最小(2)、最大(2)、次小(4)、次大(4)、中間偏大(2)(綠)、中間偏小(2)(白))、(接觸面中，分成接觸四個面(4)、接觸三個面(8)、接觸兩個面(4))

7	11	3	9
12	1	16	6
5	15	2	13
10	4	14	8

最大差$=(16+15)\times4+(14+13+12+11)\times3+(10+9)\times2-(8+7)\times2-(6+5+4+3)\times3-(2+1)\times4=216$

平面5×5：(數字 1~25 中，分成最小(5)、最大(4)、次小(4)、次大(8)、中間(4))、(接觸面中，分成接觸四個面(9)、接觸三個面(12)、接觸兩個面(4))

11	21	8	20	12
16	2	25	3	19
7	22	1	24	9
15	5	23	4	18
10	14	6	17	13

最大差$=(25+24+23+22)\times4+(21+20+19+18+17+16+15+14)\times3-(13+12+11+10)\times2-(9+8+7+6)\times3-(5+4+3+2+1)\times4=554$

平面6×6：(數字 1~36 中，分成最小(8)、最大(8)、次小(8)、次大(8)、中間(4))、(接觸面中，分成接觸四個面(16)、接觸三個面(16)、接觸兩個面(4))

20	10	24	14	26	18
9	30	6	33	7	25
21	5	36	1	34	13
15	31	2	35	3	23
28	8	32	4	29	12
17	27	16	22	11	19

最大差$=(36+35+34+33+32+31+30+29)\times4+(28+27+26+25+24+23+22+21)\times3+(20+19)\times2-(8+7+6+5+4+3+2+1)\times4-(16+15+14+13+12+11+10+9)\times3-(18+17)\times2=1192$

平面7×7：(數字 1~49 中，分成最小(13)、最大(12)、次小(8)、次大(12)、中間(4))、(接觸面中，分成接觸四個面(25)、接觸三個面(20)、接觸兩個面(4))

24	33	17	32	16	31	23
34	9	43	8	42	7	30
18	44	3	49	2	41	15
35	10	46	1	48	6	29
19	45	4	47	5	40	14
36	11	38	12	39	13	28
25	37	20	26	21	27	22

最大差$=(49+48+47+46+45+44+43+42+41+40+39+38)\times4+(37+36+35+34+33+32+31+30+29+28+27+26)\times3-(25+24+23+22)\times2-(21+20+19+18+17+16+15+14)\times3-(13+12+11+10+9+8+7+6+5+4+3+2+1)\times4=2250$

由上述可知平面排列要有最大差有以下規則：

(一) 奇數平方：因為是一圈一圈類洋蔥狀的包覆，所以只要根據中心的大小性質，將其以大小交錯的排列組合就好

(二) 偶數平方：中心已成交錯的[圓]，若要求到最大值，須將其以能接觸邊的多寡排列數，並以每個[圓]的最外圈性質來決定邊角所要放的數為何。

(三) 奇數平方：假設邊長是 2k+1(k 為整數)，有四個接觸面的有$(2k-1)^2$，其中分為$2k^2-2k$個大/小的以及$2k^2-2k+1$個大/小的，三個接觸面的有 8k−4 個，大和小皆為 4k−2 個。

(四) 偶數平方：假設邊長是 2k(k 為整數)，有四個接觸面的有$(2k-2)^2$，其中大和小的數皆為$2k^2-4k+2$個，三個接觸面的有 8k−8 個，大和小皆為 4k−4 個。

基於以上規則，我們推導並整理得到平面$n\times n$的最大差：

1. 當 n 為偶數，則最大差總和為n^4-4n^2+8n-8。
2. 當 n 為奇數，則最大差總和為$n^4-4n^2+8n-11$

研究四、平面排列$m*n$的長方形網格標靶，探討相鄰最大差的填入方式及其一般式。

(一) 長方形$2\times k$：

我們先以2×2的正方形以及大小大小性質為基礎加上 5 和 6，得到了這個 2× 3 的長方形：

5	1	4
2	6	3

最大差= 4+3+1+3+4+3+5=23

因為最小的 1 和最大的 6 都需要放在三個接觸面上，其他則依照大小大小排列。

6	1	8	4
3	7	2	5

最大差總和=5+7+4+1+3+5+4+3+6+6=44

4	9	1	8	5
6	3	10	2	7

最大差=5+8+7+3+2+5+8+7+3+2+6+9+6=71

7	4	11	1	10	5
6	9	2	12	3	8

最大差=3+7+10+9+5+3+5+9+10+7+3+1+5+9+11+7=104

進一步推得要得到長方形$2\times n$最大差為$3n^2-4$。

從以上長方形$2 \times$ k的最大差可歸納出：

k	最大差
3	23
4	44
5	71
6	104
n	$3n^2-4$

【證明】

1. k=n，n=正整數時，則共有$2n$個數，其中

(1)接觸面為 2 的共有 4 個數分別在四個角且中間大數、中間小數各半，這 4 個數中間大數為$n+1$~$n+2$，中間小數為$n-1$~n。

(2)接觸面為 3 的共有$2(n-2)$個數分別在扣除四個角的邊上且最大數、最小數各半，最大數為$n+3$~$2n$，最小數為1~$n-2$。

計算其最大差值時，

所有接觸面為 3 的大數相當於被加了三次、小數相當於被減了三次

故要有最大差值，只需要確保交錯排列即為最佳做法。

最大差值$=3(n+2)(n-2)+2(2\times 2)=3n^2-4$

(二)長方形$3 \times$ n：

長方形$3 \times$ n：四個接觸面=n-2，三個接觸面=2n-2，兩個接觸面=4，中間橫列(除左右兩格)皆為四個接觸面，代表必放最大數及最小數。

5	9	4	8
10	1	12	3
6	11	2	7

最大差=4+5+4+9+11+9+5+9+5+5+4+8+10+8+10+5+4=115

11	3	13	4	10
7	14	1	15	5
8	2	12	6	9

最大差=(14+15)×4+(13+12)×3+(11+10+9+8) ×2-(2+3+4+5+6+7) ×3-1×4=182

11	3	15	7	14	8
4	17	1	18	2	12
10	5	16	6	13	9

最大差=(18+17))×4+(16+15+14+13+12))×3+(11+10))×2-(8+9))×2-(7+6+5+4+3))×3-(1+2) ×4=271

11	17	4	18	5	14	8
12	3	20	1	21	2	13
10	16	7	19	6	15	9

最大差

=(21+20) ×4+(19+18+17+16+15+14+13+12) ×3-(11+10+9+8) ×2-(7+6+5+4) ×3-(3+2+1) ×4

=370

進一步推得要得到長方形$3\times$k最大差分為兩種情形

1. 當長方形$3\times$k，其中 k=2n為偶數，則最大差值$=32n^2-4n-5$
2. 當長方形$3\times$k，其中 k=$2n+1$為奇數，則最大差值$=32n^2+28n-2$

從以上長方形$3\times$k的最大差可歸納出：

k	最大差
4	115
5	182
6	271
k=2n	$32n^2-4n-5$
k=2n+1	$32n^2+28n-2$

【證明】

1. 長方形 3×k，其中 k 為偶數

k=$2n$，則共有$6n$個數，其中

(1)接觸面為 2 的共有 4 個數分別在四個角且中間大數、中間小數各半，這 4 個數中中間大數為$3n+1\sim3n+2$，中間小數為$3n-1\sim3n$。

(2)接觸面為 3 的共有$4n-2$個數分別在四個邊上且次大數、次小數各半，次大數為$3n+3\sim5n+1$，次小數為$n\sim3n-2$。

(3)接觸面為 4 的共有$2n-2$個在長方形內部且最大數、最小數各半，最大數為$5n+2\sim6n$，最小數為$1\sim n-1$。

最大差值$=4(5n+1)(n-1)+3(2n+3)(2n-1)+2(2\times2)=32n^2-4n-5$

2. 長方形 3×k，其中 k 為奇數

k=$2n+1$，則共有$6n+3$個數，其中

(1)接觸面為 2 的共有 4 個數分別在四個角且中間大數有 4 個，這 4 個數為$3n+2\sim3n+5$。

(2)接觸面為 3 的共有$4n$個數分別在四個邊上且次大數比次小數少 4 個，次大數為$3n+6\sim5n+3$，次小數為$n\sim3n+1$。

(3)接觸面為 4 的共有$2n-1$個在長方形內部且最大數比最小數多 1 個，最大數為$5n+4\sim6n+3$，最小數為$1\sim n-1$。

最大差值$=4[(5n+3)(n-1)+6n+3]+3[(2n+6)(2n-2)-(12n-2)]+2(12n+14)=32n^2+28n-2$

從以上的情形，我們進一步探討將所有長方形 m ×n 分成三大情況去討論：

1. m ×n，其中 m、n 皆為偶數

m=2x，n=2y 則共有$4xy$個數，其中

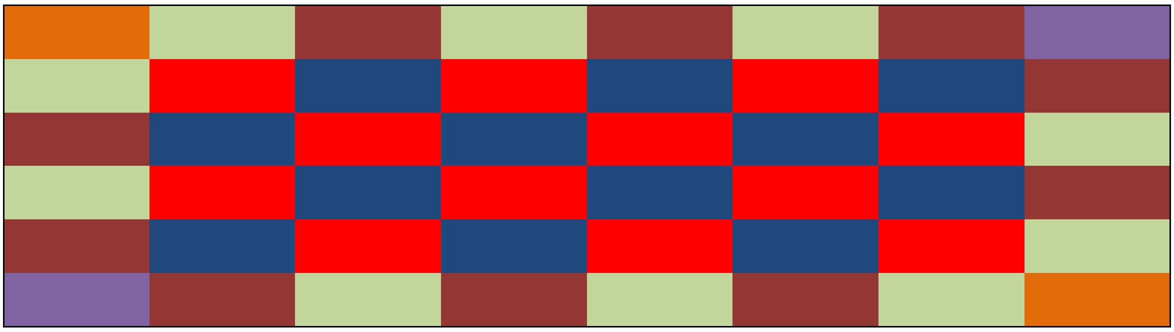
(1)接觸面為 2 的共有 4 個數分別在四個角且中間大數、中間小數各半，這 4 個數中間大數為$2xy+1\sim 2xy+2$，中間小數為$2xy-1\sim 2xy$。

(2)接觸面為 3 的共有$4x+4y-8$個數分別在四個邊上且次大數、次小數各半，次大數為$2xy+3\sim 2xy+2x+2y-2$，次小數為$2xy-2x-2y+3\sim 2xy-2$。

(3)接觸面為 4 的共有$4xy-4x-4y+4$個在長方形內部且最大數、最小數各半，最大數為$2xy+2x+2y-1\sim 4xy$，最小數為$1\sim 2xy-2x-2y+2$。

則最大差為

$$4(2xy+2x+2y-2)(2xy-2x-2y+2)+3(2x+2y)(2x+2y-4)+2(2\times 2)$$
$$=16x^2y^2-4x^2-4y^2-8xy+8x+8y-8$$



2. m ×n，其中 m 為奇數，n 為偶數

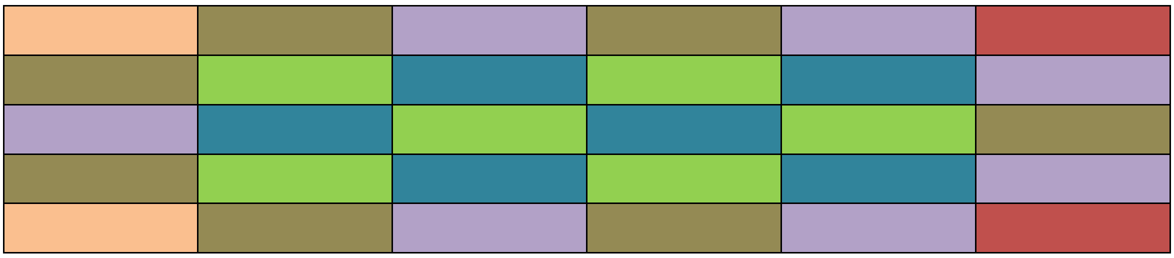
m=2x+1、n=2y 則共有$4xy+2y$個數，其中

(1)接觸面為 2 的共有 4 個數分別在四個角且中間大數、中間小數各半，這 4 個數中中間大數為$2xy+y+1\sim 2xy+y+2$，中間小數為$2xy+y-1\sim 2xy+y$。

(2)接觸面為 3 的共有$4x+4y-6$個數分別在四個邊上且次大數、次小數各半，次大數為$\sim 2xy+2x+3y-1$，次小數為$2xy-2x-y+2\sim 2xy+y-2$。

(3)接觸面為 4 的共有$4xy-4x-2y+2$個在長方形內部且最大數、最小數各半，最大數為$2xy+2x+3y\sim 4xy+2y$，最小數為$1\sim 2xy-2x-y+1$。

則最大差為$4(2xy+2x+3y-1)(2xy-2x-y+1)+3(2x+2y+1)(2x+2y-3)+2(2\times 2)=16\mathrm{x}^2y^2+16xy^2-8x-4x^2+4x+4y-5$。



3. m ×n，其中 m、n 皆為奇數

m=2x+1，n=2y+1 則共有$4xy+2x+2y+1$個數，其中

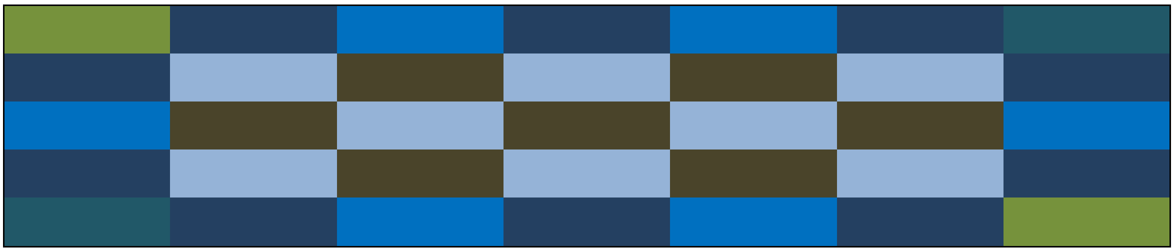
(1)接觸面為 2 的共有 4 個數分別在四個角，這 4 個數為中間小數$2xy+x+y-2\sim 2xy+x+y+1$。

(2)接觸面為 3 的共有$4x+4y-4$個數分別在四個邊上且次大數比次小數多 4 個，其中次大數為$2xy+x+y+2\sim 2xy+3x+3y+1$，次小數為$2xy-x-y+2\sim 2xy+x+y-3$。

(3)接觸面為 4 的共有$4xy-2x-2y+1$個在長方形內部且最小數比最大數多 1 個，最大數為$2xy+3x+3y+2\sim 4xy-2x-2y+1$，最小數為$1\sim 2xy-x-y+1$。

則最大差為

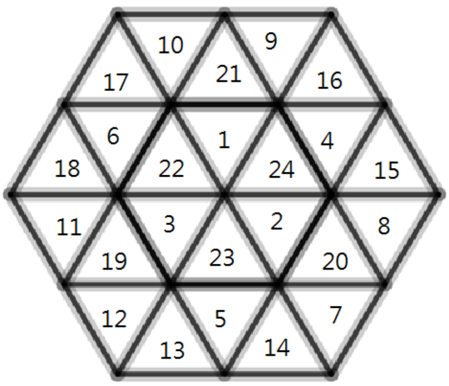
$$4(2xy+3x+3y)(2xy-x-y)-4+3[(2x+2y)(2x+2y-4)+8xy+12x+12y-2] -2(8xy+4x+4y-2)$$
$$=16x^2y^2+16x^2y+16xy^2+8xy+4x+4y-6。$$



研究五、邊長為n的六邊形三角網格標靶，探討相鄰最大差的填入方式及其一般式。

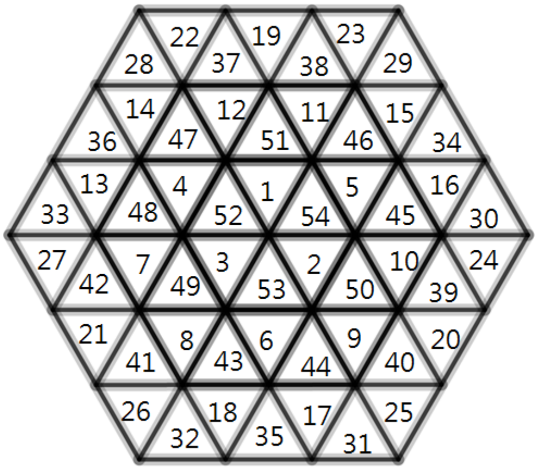
我們依照接觸面積為三個面的三角形開始，並依小數周圍的三個接觸面為大數，大數周圍的三個接觸面為小數，得出以下圖形。

n=2 三角網格



最大差=$(19+20+21+22+23+24)\times 3-(1+2+3+4+5+6)\times 3+(13+14+15+16+17+18)\times 2-(7+8+9+10+11+12)\times 2=396$

n=3 三角網格



最大差$=(37+38+39+\cdots+53+54)\times 3-(1+2+3+\cdots+17+18)\times 3+(28+29+\cdots+35+36)\times 2-(19+20+\cdots+26+27)=2106$

進一步推得，當 n 為正整數時，有最大差為$27n^4-9n^2$

【證明】

在三角網格，共有$6n^2$個數，其中

(1)接觸面為 2 的共有$6n$個分別在六個邊上且中間大數、中間小數各半，這個 4 數中間大數為$3n^2+1\sim 3n^2+3$，中間小數為$3n^2-3n+1\sim 3n^2$。

(2)接觸面為 3 的共有$6n^2-6n$個分別在三角網格的內部且最大數、最小數各半，最大數為$3n^2+3n+1\sim 6n^2$，最小數為$1\sim 3n^2-3n$。

則最大差為$3(3n^2+3n)(3n^2-3n)+2\times 3n\times 3n=27n^4-9n^2$

伍、研究結果

(一) 在直線排列中，由下列規則排列會得到最大差：

1. 奇數直線在中間必放最大或最小，再以大小大小延伸
2. 偶數直線用最大最小、次大次小分組由中間往外排列

進一步推得，當 n 為正整數

(1) k=2n+1，最大差$\frac{k^2}{2}-1$

(2) k=2n+2，最大差$\frac{k^2-1}{2}-1$

(二) 在環狀排列中，由下列規則排列會得到最大差：

1. 使用大小大小的排列方法必可找出最大值(但不是唯一解)。

進一步推得，當 n 為正整數

(1) k=2n+1，最大差為$\frac{(k^2-1)}{2}$

(2) k=2n+2，最大差為$\frac{k^2}{2}$

(三) 在平面n×n排列中，由下列規則排列會得到最大差：

1. n 為奇數：因為是一圈一圈類洋蔥狀的包覆，所以只要根據中心的大小性質，將其以大小交錯的排列組合。
2. n 為偶數：中心已成交錯的[圓]，若要求到最大值，須將其以能接觸邊的多寡排列數，並以每個[圓]的最外圈性質來決定邊角所要放的數為何。

進一步推得

(1)當 n 為偶數，則最大差為 n^4-4n^2+8n-8

(2)當 n 為奇數，則最大差為 $n^4-4n^2+8n-11$

(四) 在 m×n 長方形排列中，由下列規則排列會得到最大差：

1. 長方形內部為 4 個接觸面分別填上最大數、最小數。
2. 長方形邊上為 3 個接觸面分別填上次大數、次小數。
3. 長方形的四個角為 2 個接觸面填上剩下的四個數。

進一步推得

(1) m×n，其中 m、n 皆為偶數，則

最大差為$16x^2y^2-4x^2-4y^2-8xy+8x+8y-8$

(2) m×n，其中 m 為奇數、n 為偶數，則

最大差為$16\mathrm{x}^2y^2+16xy^2-8x-4x^2+4x+4y-5$

(3) m×n，其中 m、n 皆為奇數，則

最大差為$16x^2y^2+16x^2\mathrm{y}+16xy^2+8xy+4x+4y-6$

(五) 在六邊形三角網格中

1. 在三角網格內部，依照接觸面積為三個面的三角形開始，填上最大數、最小數並依小數周圍的三個接觸面為大數，大數周圍的三個接觸面為小數的排列方式。
2. 在三角網格邊上，接觸面為 2 個面，依照最大數接觸面為小數，最小數接觸面為大數的方式排列會得到最大差

進一步推得：

當 n 為正整數時，則最大差為$27n^4-9n^2$。

綜合上述，不論是何種圖形的標靶設計，要得到最大差值需要有以下幾個規則，先考慮接觸面積，接觸面積最多的分別填上最大數、最小數。接著接觸面積為次多的分別填上次大數、次小數。接觸面積最小的分別填上剩下的數，大致上為靠近中間的數。透過接觸面積最多的差最大，依序為接觸面積次多的接著接觸面積最小的，藉由大數加、小數減的規則，使得各種標靶圖形有最大差值。

奇數扇形標靶和偶數扇形標靶要大小大小的排列，讓大數加、小數減，但是奇數扇形標靶會產生一個中間數，而且因為中間數會一加、一減會抵消，讓中間數可以任意擺放，又多

出幾種擺放方式。

奇數平面靶與偶數平面靶(n×n)的最大差異在於只有兩個接觸面的最邊角，因為偶數平面靶的綠色是由於接觸到兩個接觸面的三個接觸面有所不同所造成。

陸、討論與未來展望

在討論標靶設計這個研究主題中，我們也曾效仿飛鏢競賽的選手，實際來場飛鏢大賽，知道實際的標靶不僅僅是高分區塊與鄰近的區塊差異盡可能大，這個因素而已，區域面積也是掌握著得分高低的一大重點。在我們的研究中，把重心放在鄰近區塊差異，在每一個區塊面積均相等的狀況下，討論出各種圖形的最大差值之一般式及其存在性(均不唯一)。

未來有機會，希望更進一步將面積因素、高分區塊與低分區塊作加權區隔，以數學模型設計出理想的標靶，也許能改變飛鏢競賽這個運動競技，以科學的方式讓競技更具可看性。

柒、參考資料及其他

1.游森棚標靶設計 https://scimonth.blogspot.com/2010/06/blog-post_2938.html